



UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

TRABAJO FIN DE ESTUDIOS

Título

Uso de las TIC para visualizar conceptos matemáticos

Autor/es

JORGE ROLDÁN LÓPEZ

Director/es

CLARA JIMÉNEZ GESTAL

Facultad

Escuela de Máster y Doctorado de la Universidad de La Rioja

Titulación

Máster Universitario de Profesorado, especialidad Matemáticas

Departamento

MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN

Curso académico

2017-18



Uso de las TIC para visualizar conceptos matemáticos, de JORGE ROLDÁN
LÓPEZ

(publicada por la Universidad de La Rioja) se difunde bajo una Licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 3.0 Unported. Permisos que vayan más allá de lo cubierto por esta licencia pueden solicitarse a los titulares del copyright.

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Uso de las TIC para visualizar conceptos matemáticos

Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y
Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas

Especialidad de Matemáticas

JORGE ROLDÁN LÓPEZ



**UNIVERSIDAD
DE LA RIOJA**

Tutora: Clara Jiménez Gestal

Curso 2017/18

Índice general

Resumen	3
Abstract	5
1. Introducción y justificación	7
2. Objetivos	9
3. Marco teórico	11
3.1. Desarrollo del adolescente	11
3.2. Modelos de enseñanza-aprendizaje	13
3.2.1. Conductismo	14
3.2.2. Constructivismo	14
3.2.3. Estilos de aprendizaje	15
3.3. Las TIC en la educación	16
3.3.1. Ley educativa	17
3.3.2. Estudios e investigaciones existentes	17
4. Estado de la cuestión	19
4.1. Uso de las TIC a nivel general	19
4.1.1. Historia	20
4.2. Uso de las TIC en Matemáticas	21
4.2.1. Otro <i>software</i>	24
5. Propuesta de intervención	25
5.1. Principales problemas en 1.º ESO	25
5.1.1. Matemáticas	27
5.1.2. Informática	28
5.2. Bloque de números y álgebra	29
5.2.1. Números enteros	30
5.2.2. Fracciones	31
5.2.3. Porcentajes	33
5.2.4. Otros contenidos	35
5.3. Bloque de geometría	36
5.3.1. Calculadora de áreas	37

5.3.2. Editor de imágenes	37
5.3.3. Diseño y modelado de figuras	42
5.4. Bloque de estadística y probabilidad	47
5.5. Otros contenidos	49
5.6. Plan de implantación	50
5.6.1. Planificación temporal	50
5.6.2. Evaluación	51
5.6.3. Recursos necesarios	51
6. Discusión	53
7. Conclusiones	57
Bibliografía	60
A. Actividades con Gimp	61
A.1. Descripción general	61
A.2. Actividades	61
A.3. Observaciones	62

Resumen

El cambio de etapa educativa entre primaria y secundaria presenta un reto para el estudiante. Nuevo centro, profesores, la adolescencia, el contenido que se estudia... hacen de este curso uno de los más repetidos. A esto se le unen las dificultades clásicas de las matemáticas, que, en muchos casos, vienen provocadas por no acabar de entender los conceptos.

Con el objetivo de resolver este problema se propone el uso de las TIC como una herramienta de apoyo que ayude a visualizar y sacar conclusiones de los contenidos vistos en clase. Así se introducen cuatro programas informáticos que permitan comprender y asentar los conocimientos de los estudiantes. Además de mostrarles cómo las matemáticas están presentes en otras ramas del saber y son necesarias.

Abstract

The change of educational stage between primary and secondary school presents a challenge for students. New high school, teachers, the adolescence, contents studied... All this makes this year one of the most repeated. Moreover, there exist the classical difficulties of mathematics too, which, in many cases, are caused by misunderstood concepts.

With the aim of solving this problem, we propose the use of ICT as a support tool to help students to visualize and draw conclusions from the contents seen in class. To do so, we introduce four computer programs to get a better understanding and consolidation of learning. In addition, this will allow us to show them how mathematics appear and are necessary in other branches of knowledge.

Capítulo 1

Introducción y justificación

A lo largo de mis prácticas en el Colegio Santa María de Logroño, más conocido como Marianistas, tuve la oportunidad de impartir clase a cuatro grupos de secundaria de matemáticas, uno por cada nivel, desde primero hasta cuarto de ESO. Durante esta experiencia de prácticas detecté una serie de carencias a la hora de entender ciertos conceptos matemáticos. Era frecuente ver estudiantes que tenían problemas a la hora de visualizar los enunciados y entender qué se les estaba pidiendo y por qué se obtenían ciertos resultados. Esto ocasionaba retrasos y malos resultados, lo que se evidenciaba sobre todo en el grupo de 1.º de ESO, pues se trataba de un grupo reducido de refuerzo. Así, el proyecto de innovación que se presenta en este trabajo fin de máster persigue presentar varias herramientas que ayuden a los alumnos a entender mejor las matemáticas y superar los citados obstáculos.

Para lograr este fin se ha elegido hacer uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación, TIC, popularmente conocidas como herramientas informáticas. Son varios los motivos que nos han llevado a elegir este enfoque. Por un lado, tenemos la creciente presencia de estas herramientas en nuestro día a día. Cada vez son más las personas y es más temprana la edad en la que se comienzan a utilizar las nuevas tecnologías, debido a la versatilidad y al amplio abanico de opciones que nos aportan. Es por ello que son herramientas que, en general, resultan cómodas y conocidas a nuestros estudiantes, aunque es cierto que algunos que no tienen esta misma facilidad a la hora de utilizarlas. En estos casos, la introducción de estas tecnologías, como herramienta de apoyo en asignaturas como matemáticas, puede ser un buen enfoque de cara a que se familiaricen con el uso de equipos informáticos. Por otro lado, este proyecto se presenta como una oportunidad perfecta para abordar parte del contenido que nuestros alumnos también ven en la asignatura de informática. Este enfoque transversal es especialmente interesante de cara a que vean la conexión de ambas ramas del conocimiento y mejoren, no solo sus competencias matemáticas, sino también sus capacidades de uso de herramientas tecnológicas vistas en otras asignaturas.

La estructura que sigue esta memoria es la siguiente. Inicialmente se definen los objetivos generales del proyecto de innovación. Más adelante, se da un marco teórico que soporta y fundamenta el proyecto, para seguir con la explicación de proyectos similares que existen. Tras ver varios ejemplos que evidencian cómo las TIC están ganando peso en la educación, se comienza a desglosar el proyecto en sí. Se comienza dando una visión inicial de los problemas que buscamos resolver, explicando cómo abordamos cada bloque que compone el curso de 1.º de ESO. Y terminamos la exposición del proyecto dando un plan de implantación. Finalmente, antes de concluir la memoria, se hacen observaciones y se analiza la viabilidad de la propuesta.

Finalmente comentar que a la hora de elegir las herramientas, dentro de la gran variedad existentes, se han prestado especial atención a tres aspectos:

- Que se pueda hacer un uso gratuito o libre de ellas.
- Que estén disponibles para la mayor cantidad posible de plataformas.
- Que se estudien en la asignatura de informática o tengan uso más allá de las matemáticas, de cara a tener ese enfoque transversal que ya hemos explicado.

Capítulo 2

Objetivos

El objetivo principal de este proyecto de innovación, como ya se intuye del capítulo anterior, es mejorar la capacidad de comprensión de los alumnos de 1.º de ESO en la asignatura de Matemáticas.

No obstante, debido a la transversalidad de la propuesta elegida, también tiene como finalidad la aumentar de las competencias de uso de herramientas informáticas por parte de los alumnos. Este enfoque viene recogido en la LOMCE (ver [Gob13]) dentro de lo que denomina «Competencia digital». Este segundo enfoque puede permitirnos afianzar los conocimientos del currículo de informática de aquellos estudiantes que hayan optado por cursarla en el centro.

En cualquier caso, aunque la principal fuente a la hora de elegir herramientas se encuentra en la asignatura de informática, al final el número de programas que se estudian en dicha asignatura es limitado. Es por ello que, de cara a abordar la propuesta, iremos más allá y elegiremos otro *software* que tenga uso fuera de un entorno puramente matemático. Con esto se persigue que los alumnos comprendan la utilidad de las matemáticas y lo presenten que están estas en otras muchas áreas. De hecho, con herramientas cuyo principal uso no es matemático, repasaremos los conceptos vistos en clase.

De cara a planificar qué programas utilizar se ha optado por apoyarse principalmente sobre tres tipos:

- Un programa de hojas de cálculo.
- Editores de imágenes. Veremos dos subtipos de estos a su vez.
- Un programa de modelado 2D y 3D o CAD.

Las dos primeras de estas herramientas son conocidas por los alumnos que cursan informática y suponen un repaso y refuerzo de los conocimientos ya adquiridos. Sin embargo, algunos estudiantes puede que desconozcan tanto este último programa como los dos primeros. No obstante, se ha buscado *software* que no suponga una gran complejidad, al menos en el uso que pretendemos hacer de él.

Como se puede inferir de la lista que acabamos de dar, estos programas no solo son usados por matemáticos: diseñadores, fotógrafos, arquitectos, ingenieros, contables, economistas... hacen uso de programas como estos tal y como buscábamos.

El formato de aprendizaje que queremos fomentar es esencialmente interactivo. Así, a base de pruebas, los alumnos pueden ir asimilando qué ocurre y desarrollar el conocimiento que queremos alcanzar: trabajo con fracciones, porcentajes, áreas... Es lo que se conoce como aprendizaje por descubrimiento. Porque, como veremos en el marco teórico, cuando los alumnos forman parte activa del conocimiento e interactúan con él, este se fija mejor.

Finalmente, existen otros objetivos secundarios que, sin ser una parte esencial del proyecto, sería interesante alcanzar:

- Capacidad de autocorrección: que los estudiantes empiecen a conocer los errores que cometen. Además, con este ejercicio y gracias a la intuición pueden evitar los errores más graves donde el resultado es incoherente.
- Trabajo colaborativo: muchas de las propuestas que se dan en este proyecto pueden realizarse por parejas. De hecho, como veremos, esto será recomendable a la hora de usar programas que no conozcan todos los alumnos, pero sí algunos. Juntándolos, los alumnos pueden juntos apoyarse y superar la propuesta.
- Mejora de la comunicación: no ya solo a la hora de trabajar por parejas necesitarán ejercitar esta comunicación. En algunos momentos será de interés que explique qué resultado han obtenido o qué conclusión sacan. Poco a poco pueden ir así mejorando su capacidad de expresión.
- Aumento de la autonomía e iniciativa: la forma en la que hemos enfocado la propuesta permitirá que puedan hacer uso de ella de forma autónoma desde sus casas. Además, el uso de las TIC suele mejorar la motivación de forma que les suponga un menor esfuerzo el estudio de las matemáticas, al verlo como algo más amenos.

Capítulo 3

Marco teórico

A lo largo de esta sección vamos a dar fundamento y razón de ser al proyecto de innovación, justificando la propuesta y dando referencias que avalen la propuesta.

De cara al desarrollo de este capítulo, se ha tenido muy en cuenta la asignatura de Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad, cursada en el máster. Los apuntes utilizados en esta asignatura son la fuente principal de referencia de este bloque.

3.1. Desarrollo del adolescente

La adolescencia es la etapa de la vida comprendida entre la infancia y la adultez que trae consigo cambios físicos, hormonales, sociales, cognitivos... Consta de tres fases o subetapas:

- Adolescencia temprana: va desde los 10 a los 13 años.
- Adolescencia media: comienza en torno a los 14 años y termina a los 16.
- Adolescencia tardía: empieza cerca de los 17 y dura hasta los 19 años.

Así que, viendo los años que contempla, es fácil de llegar a la conclusión de que en la etapa de secundaria estaremos en constante trato con adolescentes. Así que es fundamental conocer cuáles son los principales cambios que experimentan en esta fase.

Los cambios biológicos de esta etapa reciben el nombre de pubertad. Durante esta se producen una gran cantidad de cambios físicos, donde las hormonas juegan un papel muy importante. Por ejemplo, aumenta el bello corporal, la estatura, la grasa, se produce el desarrollo y madurez de los órganos sexuales y se desarrolla el cerebro. Es dentro de este último, donde ocurre el proceso denominado poda sináptica. En él, la mielina (sustancia blanca) del córtex prefrontal

se reduce dejando las conexiones sinápticas más eficientes. Además, se desarrolla el lóbulo frontal encargado, entre otras cosas, de las funciones ejecutivas: aquellas que dirigen nuestra conducta y contemplan organizar, planificar, seleccionar objetivos, monitorizar un plan, inhibir distracciones, control emocional, moralidad...

Es en parte este desarrollo físico, tanto del cuerpo en general, como del cerebro en particular, el que se refleja con cambios significativos en la personalidad del adolescente.

De cara a analizar la personalidad se ha estudiado qué ocurre en el cerebro de un adolescente. Piaget lo analizó indicando que es en esta etapa de la vida cuando surge el pensamiento abstracto, las hipótesis, la combinatoria, la lógica de proposiciones, la deducción, el razonamiento... características sin lugar a dudas muy necesarias en las matemáticas. Pero estas características van acompañadas de otros rasgos que tienen su punto álgido en esta fase, aunque luego decrezcan de nuevo. Aquí se incluye:

- Idealismo. Se suelen entusiasmar con grandes cosas. Esta idealización puede conllevar frustración al no verse realizada.
- Tendencia a discutir e indecisión. No solo discutir en un sentido peyorativo, aquí se incluye debatir, negociar, razonar...
- Egocentrismo. Este se manifiesta por ejemplo en:
 - Audiencia imaginaria: el adolescente se muestra muy preocupado por la imagen que proyecta al exterior y qué piensan de él, sobre todo otros miembros de su grupo de edad.
 - Fábula personal: en esta etapa tienden a considerarse seres únicos y excepcionales. Lo que suele acarrear un sentimiento de incompreensión.
 - Fábula de invencibilidad: aunque conocen los riesgos que suponen muchas de las actividades que a veces realizan, piensan que ellos no van a sufrir las consecuencias, que «eso les ocurre a otros».

Estos, como otros cambios de tipo cultural del adolescente se engloban dentro de lo que se llama juventud.

Todas estas características forman parte de la personalidad tipo del adolescente. La personalidad, palabra que deriva del griego *prospan* que significa máscara, es la cualidad que nos hace diferentes a otros seres humanos y a nosotros mismos a lo largo del tiempo. Es un conjunto de rasgos cognitivos, afectivos y conductuales. Para analizar los rasgos característicos de la personalidad, se hace siguiendo el modelo *big five*. Las cinco dimensiones que considera este modelo son:

1. Abierto a la experiencia: aquí se incluyen características como curiosidad, creatividad, imaginación, originalidad, realismo...

2. Responsabilidad: contempla organización, puntualidad, si es o no confiable, trabajador, etc.
3. Extroversión: comprende lo sociable, activa, habladora, optimista, tímida, afectuosa... que es la persona.
4. Afabilidad: abarca bondad, sinceridad, grosería, irritabilidad...
5. Neuroticismo: engloba lo preocupado, nervioso, emotivo, inseguro, relajado... que tienen a mostrarse.

Cada una de estas dimensiones va desde lo positivo a lo negativo. Y es importante conocerlas para hacer un análisis más preciso del adolescente y aplicar así medidas más efectivas.

Una de las características clave en el desarrollo de la personalidad de una persona y que afecta a su rendimiento es el autoconcepto: la imagen que tenemos de nosotros mismos. Este se compone de varios niveles: físico (aparece en la etapa de educación infantil), afectivo (se desarrolla en primaria), social (sufre su mayor cambio en la adolescencia) y el psicológico, de desarrollo posterior. Así, que una vez más, el contexto social y las relaciones personales vuelven a mostrarse como una parte crucial en el desarrollo del adolescente. Además, es importante saber que el autoconcepto sufre de lo que se llama efecto marea. Si una parte de él sube, esta subida se traslada al resto y viceversa. De forma que, cuidando algunos aspectos, podemos provocar mejoras globales.

A todos estos cambios físicos y emocionales del adolescente se une en las primeras etapas de secundaria el cambio de ciclo educativo. Lo que puede agravar estos efectos o provocar otros perjudiciales. Entraremos más en profundidad sobre este tema en el capítulo 5.

3.2. Modelos de enseñanza-aprendizaje

Son muchos los modelos que existen de cara a afrontar la educación. Una primera clasificación la encontramos a la hora de determinar la fuente de conocimiento. En función de esta tenemos tres tipos:

1. Teoría innatista: Pone el acento en lo genético, lo innato. Fue introducida por Chomsky.
2. Teoría etológica: Pone el valor en la supervivencia y la teoría de la evolución. Existen varios psicólogos que la defienden como Bowlby, Harlow, Spitz y Lorenz. En ella se contemplan periodos críticos de aprendizaje y periodos sensibles, donde es más fácil adquirir nuevos conocimientos.
3. Teoría ecológica de Bronfenbrenner. Aquí es el entorno la fuente del conocimiento. Se distinguen varios niveles: el propio individuo (edad, sexo, salud), el microsistema (familia, escuela), mesosistema (interacción de microsistemas como el trabajo de los padres), exosistema (ciudad, barrio),

macrosistema (sociedad) y cronosistema (época histórica). Y es la interacción de ellos lo que va modelando y dotando de conocimiento al individuo.

Notar que, en las dos primeras, el papel del docente está en un plano secundario, ya sea por los conocimientos innatos o por aquellos que surgen como simple necesidad de supervivencia.

Veamos ahora los dos grandes modelos de teoría de enseñanza.

3.2.1. Conductismo

La primera gran rama de teoría de enseñanza es el conductismo. En ella, el alumno es un ser pasivo y es controlado por sus instintos o por estímulos externos impuestos u observados. Dentro de esta se distinguen tres tipos:

1. Condicionamiento de Paulov. Asociado con las respuestas condicionadas a estímulos. Contiene una gran carga innata, aunque introduce aspectos nuevos como la generalización de comportamientos ante estímulos similares, discriminación (actuar ante ciertos estímulos sí y otros no) y extinción (la cadena causa-efecto puede romperse).
2. Condicionamiento instrumental de Skinner. Este modelo propone que la conducta depende de las consecuencias. Así, la forma de modificar esta es alterar las consecuencias. Se basa en la idea de reforzar o castigar al estudiante para dirigirlo y que alcance la meta propuesta.
3. Aprendizaje social, por observación o vicario. Propuesto por Bandura. Según este modelo, para aprender no hace falta hacer algo, sino que con verlo es suficiente. Esto aplicado estrictamente nos puede llevar a que el alumno siga un modelo por imitación sin innovar o contemplar nuevas posibilidades.

3.2.2. Constructivismo

Como contrapartida al conductismo, aparece el constructivismo. Aquí el alumno recupera el foco y aspectos como la creatividad, el razonamiento y la originalidad cobran fuerza. Las tres ramas más conocidas son:

- Modelo de Piaget. El estudiante aprende haciendo y explorando activamente. Base fundamental de nuestro proyecto de innovación.
- Modelo cognitivo-social. Propuesto por Vygotski, establece que el conocimiento se adquiere de la interacción con el entorno. Así define una zona de desarrollo próximo (ZDP), que es hasta donde se es capaz de llegar autónomamente sin ayuda. Y luego propone el andamiaje, ir dando ayudas que se van quitando progresivamente.
- Aprendizaje significativo, enunciado por Ausubel. El foco principal de la teoría se basa en relacionar lo ya conocido, con lo que se está aprendiendo.

Algo que es importante señalar es que no existen modelos mejores o peores. Cada modelo tiene sus ventajas y desventajas y debemos en cada momento elegir el más adecuado en función de la situación en la que nos encontremos.

Así, a lo largo de este proyecto haremos uso de los tres modelos constructivistas aquí mencionados. Con la interacción que aportan las TIC, las actividades hechas y ejercicios pautados como andamiaje, de cara a que en un examen sean autónomos, y el aprendizaje de significativo, que aparecerá por ejemplo al trabajar descomposición de figuras o extraer conclusiones generales de algún hecho.

3.2.3. Estilos de aprendizaje

Otra clasificación que encontramos para distinguir distintos estilos de aprendizaje es aquella que se hace en función de la persona que aprende.

Cada uno de nosotros tiene una serie de preferencias a la hora de adquirir nuevo saber. No todos aprendemos lo mismo, ni a la misma velocidad, aún utilizando la misma fuente de conocimiento. Aunque estas diferencias son el resultado de muchos factores: motivación, experiencias previas, personalidad... el factor determinante es que cada persona tiene diferentes niveles de percepción para cada canal. En función de estos, podemos distinguir personas:

- **Visuales:** su principal fuente de información son las imágenes, de forma que a veces puede encontrarse con la mirada perdida imaginando la situación. Para este tipo de alumnos, las herramientas que vamos a ver en este proyecto de innovación serán especialmente útiles debido a la gran carga visual que tienen.
- **Auditivas:** aprenden a base de repetir y oír. Un aspecto importante a tener en cuenta es que almacenan la información de forma secuencial, luego un cambio de orden o si olvidan el comienzo puede descolocarles. El modelo más tradicional de educación basado en largas explicaciones orales se centra en este tipo de alumnos.
- **Kinestésicas:** necesitan estar involucrados e interactuar para aprender. De nuevo, el uso de las TIC facilitará enormemente la capacidad de adquirir nuevo conocimiento de este tipo de estudiantes, al pasar a formar parte del proceso y poder hacer pruebas y modificar datos.

De esta forma, las TIC nos dan un apoyo para las personas visuales y kinestésicas que, tradicionalmente, podían estar más perjudicadas. Así, juntando este proyecto a las lecciones magistrales, cubrimos las tres vías y llegamos a la mayor cantidad de estudiantes.

Esta teoría sobre los tres tipos de estudiantes está estrechamente relacionada con la propuesta de Howard Gardner sobre las inteligencias múltiples. Introducida en 1983, en ella se plantea un modelo sobre el concepto de inteligencia, según el cual esta es un conjunto de capacidades independientes. Así podemos distinguir:

- Inteligencia lingüístico-verbal
- Inteligencia lógico-matemática
- Inteligencia corporal-kinestésica
- Inteligencia musical
- Inteligencia naturalista
- Inteligencia espacial o visual
- Inteligencia intrapersonal
- Inteligencia interpersonal

Dentro de estas, las más importantes para la cuestión que nos ocupa son la lógico-matemática, espacial y lingüístico-verbal. Esta última para entender qué se nos pide y expresar los resultados y conclusiones. No obstante, todas ellas son importantes y no debemos minusvalorar ninguna.

Recientemente, el propio Gardner ha añadido alguna nueva, entre las que están la inteligencia colaborativa y la inteligencia creativa, las cuáles también será útil que estén desarrolladas para que el proyecto sea lo más efectivo posible.

3.3. Las TIC en la educación

Como se recoge en [ML08b], una muy buena forma de que el estudiante mejore en la obtención de nuevas competencias es que participe de manera activa en la adquisición de conocimiento. Que experimente la cuestión, formule preguntas, extraiga conclusiones, plantee estrategias... Algo que se aborda perfectamente con el uso de las TIC y una de las razones que nos ha llevado a su elección para este proyecto.

De hecho, en relación con las matemáticas, como se señala en [dlTF03], las TIC son una herramienta fundamental para promover la comprensión matemática. Algo que es imprescindible para lograr conocimientos útiles y duraderos en el tiempo.

Pero no todo uso de la tecnología puede ser adecuado. Así, a la hora de elegir herramientas, como se señala en [ML08b], debemos tener en cuenta que sean entornos activos que hagan al sujeto partícipe del conocimiento y no un mero receptor pasivo más. Fomentado así el aprender a aprender y la creatividad a la hora de formular estrategias para resolver problemas.

3.3.1. Ley educativa

Aparte de lo ya mencionado, una de las primeras cuestiones que podemos observar es que la vigente ley educativa (ver [Gob13]) fija como una competencia el conocimiento de la tecnología, es la llamada competencia digital (CD). Es así, el trabajo con herramientas, como las propuestas en este proyecto de innovación, una parte fundamental de la educación que los estudiantes deben conocer.

Pero si nos atenemos a la LOMCE, esta competencia digital va acompañada de seis más:

- Comunicación lingüística (CCL)
- Competencias sociales y cívicas (CSC)
- Conciencia y expresiones culturales (CEC)
- Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor (SIE)
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)
- Aprender a aprender (CPAA)

Las TIC permiten el desarrollo de todas estas competencias, ya sea a través de blogs, vídeos o el proyecto que tenemos entre manos. En él, las tres últimas de esta lista serán las que cobren mayor relevancia de cara a resolver problemas de forma imaginativa, intuitiva y lógica.

3.3.2. Estudios e investigaciones existentes

Según [SR97], el uso del ordenador aporta una serie de ventajas muy útiles a la educación:

- Capta la atención del estudiante al salirse de la rutina a la que está habituado. Esto aumenta la motivación, el interés y, consecuentemente, los resultados.
- Es interactivo, lo que hace que las cuestiones se puedan visualizar y entender mejor. Es decir, permite eliminar parte de la abstracción que puede existir, algo recurrente en las matemáticas.

Incluso hay estudios, como se ve en [CF11] en los que se muestra que mejora el rendimiento de estudiantes con dislexia.

Y no son estos los únicos estudios que avalan y recomiendan el uso de las TIC. Otros ejemplos aparecen en [Art02], [ST08] y [Nos01]. Estos abordan desde cómo producen impactos positivos en general, hasta cómo mejoran la resolución de problemas matemáticos.

De hecho, el propio informe PISA, como recoge [Min17], muestra como aquellos estudiantes con mayor acceso a la tecnología (ordenadores e Internet) llevan aparejado un mayor rendimiento. Se puede observar esto en la figura 3.1.

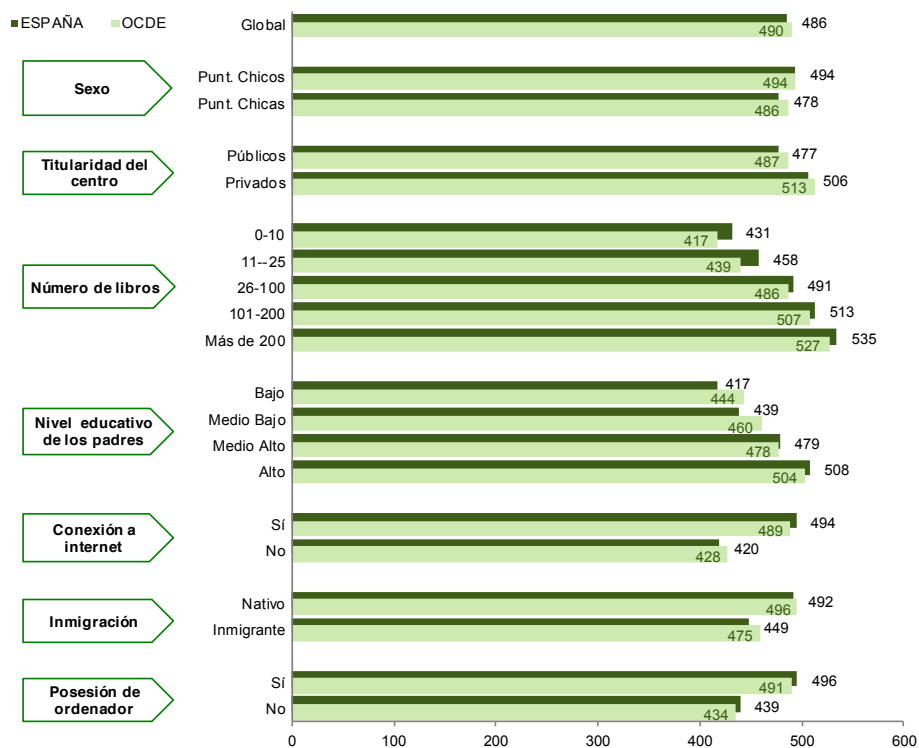


Figura 3.1: Rendimiento medio en matemáticas en las pruebas PISA de 2015 a los 15 años, en función de diversos factores. Fuente: [Min17].

Capítulo 4

Estado de la cuestión

Aunque la informática es una disciplina relativamente nueva, ya desde el principio ha estado muy ligada con la educación. Sin ir más lejos, Internet nació como un proyecto de comunicación entre universidades. Así que la idea de hacer uso de esta para mejorar aspectos de la educación no puede considerarse estrictamente innovadora.

En particular, durante los últimos años hemos asistido a una integración cada vez mayor en el uso de las TIC en los centros educativos de nuestro país (ver [CdPB18]). Podemos ver que en la actualidad más del 99 % de los centros de secundaria cuentan con acceso a Internet.

Este hecho lleva a la lógica conclusión de que algún uso se tiene que estar haciendo, o se debería hacer, de estos equipos. Y efectivamente, son muchas y variadas las propuestas que apoyan el uso de las TIC en el aula. Algunas las toman como eje central de la propuesta, otras como herramientas auxiliares puntuales, mientras que por último encontramos otras que hacen uso de ellas como apoyo al estudiante.

4.1. Uso de las TIC a nivel general

Las TIC van ganando terreno en los centros educativos y cada día es más frecuente verlas en acción. Ya no solo se usan en la gestión (página web, seguimiento de incidencias, calendarios...), sino también en las propias clases: salas de ordenadores, libros digitales, redes wifi, portátiles, pizarras digitales, proyectores, tabletas, móviles...

El uso que se da a estos dispositivos que hemos citado varía en función de la asignatura, la unidad didáctica y el profesor. Estas herramientas son sin lugar a dudas muy buenas opciones para hacer las sesiones más dinámicas, productivas, interactivas y prácticas. Aunque debo recalcar que soy partidario de hacer un uso razonable de estas nuevas tecnologías, pues un uso excesivo y sin objetivos claros puede ser contraproducente.

Un tipo de recurso que está proliferando en las TIC es el uso de libros digitales, animaciones, vídeos, blogs, wikis... Todas estas sirven de muestra de la amplia variedad de recursos que ofrecen para adaptarnos a lo que estamos buscando.

4.1.1. Historia

Para la elaboración de esta sección se han consultado como fuentes principales [Ins17] y [RP12].

La implantación de las TIC comenzó en 1985 con los proyectos Atenea y Mercurio, promovidos desde el Ministerio de Educación y Ciencia, salvo en unas pocas comunidades donde la educación estaba ya transferida. Con estos se creó el Programas de Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación (PN-TIC) para coordinar la implantación de los programas. Una de los objetivos del plan era dotar a los centros, tanto de *hardware* (ordenadores, impresoras, tarjetas digitalizadoras...), como de *software* (ofimática, programación, bases de datos, simulación...).

Fue ya en 1996 cuando Internet empezó a llegar a los centros educativos, incluso a centros rurales con el Proyecto Aldea Digital. Y, también antes del cambio de siglo, llegó la informatización de las bibliotecas escolares y la tele-educación para alumnos hospitalizados.

Con la llegada del año 2000, las competencias de educación se transfirieron a todas las Comunidades Autónomas, que eran ahora las encargadas de seguir impulsando las TIC. En ese mismo año comenzó a operar el Centro Nacional de Información y Comunicación Educativa (CNICE) para difundir y promover las nuevas tecnologías a nivel nacional.

En 2002 llegó el Convenio Marco Internet en la Escuela con el que se buscó extender la implantación de banda ancha, así como desarrollar aplicaciones y material educativo, adaptar el currículo para potenciar las TIC y formar profesores. Este programa fue ampliado en 2005 incluyendo: informatización de aulas, creación de materiales didácticos digitales, asesoramiento y apoyo...

En estos años el CNICE empieza también el desarrollo de una plataforma online de materiales: Centro Virtual de Educación. Esta institución, más tarde sustituida por el Instituto de Tecnologías Educativas (ITE), es la encargada de:

- Elaborar material digital.
- Realizar programas de formación.
- Mantener un portal de recursos educativos.

Este último portal tiene ahora su máximo exponente en la plataforma Agrega. La cual consiste en una base de datos que contiene multitud de recursos para niveles que abarcan desde educación infantil, hasta bachillerato, incluyendo formación profesional, enseñanza oficial de idiomas y enseñanzas artísticas.

En 2005 nace, de una iniciativa europea, el programa eTwinning. Se trata de un programa de hermanamiento y colaboración de centros escolares de distintos países a través de Internet. Dos años más tarde, se crea el Centro Nacional de Desarrollo Curricular en Sistemas No Propietarios (CEDEC). Su objetivo es diseñar y promover tecnologías de libre acceso.

Cuatro años después, en 2009, llega el Programa Escuela 2.0 promovido desde el Gobierno central y al que se adscribieron casi todas las Comunidades Autónomas. Los objetivos que perseguía este programa eran:

1. Dotar de aulas digitales a los estudiantes de 5.º y 6.º de primaria y 1.º y 2.º de secundaria de centros públicos.
2. Conseguir la proporción 1:1 en ordenadores-alumnos dentro de esos cuatro cursos.
3. Formación de profesores para garantizar el uso eficaz de los recursos.
4. Desarrollo de contenidos educativos digitales.

Así, ya entrado 2011, había cerca de 30 000 aulas digitales, más de 700 000 equipos informáticos y más de 150 000 profesores formados.

En años posteriores se creó la plataforma Agrega2 que está conectada a otras comunidades educativas como Procomún, plataforma de contenidos educativos en abierto. Y, ya en 2012, se crea el Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado, sustituyendo al ITE y con funciones similares a este.

En los últimos años, el desarrollo ha seguido centrándose en mejorar el catálogo, las competencias, la conectividad e incorporar el uso de la web y las redes sociales.

Como podemos ver a través de esta historia, desde 1985 las TIC han ido ganando peso en los centros educativos y su uso no parece que vaya a decrecer. Esto no hace sino promover aún más el avance, pues aparecen constantes desarrollos de proyectos relacionado con las estas soluciones informáticas.

4.2. Uso de las TIC en Matemáticas

Dentro de la asignatura de Matemáticas, el uso de las TIC también va ganando peso. Las propuestas que existen para incorporarlas son muy variadas. Una de las plataformas donde más contenido podemos encontrar es en la plataforma Procomún, accesible en <https://procomun.educalab.es/es>. Este portal cuenta con más de 90 000 recursos educativos, entre los que se incluyen muchos relacionados con las matemáticas.

Aunque son muchos los autores que hacen aportaciones particulares a Procomún, una de las principales incorporaciones ha sido la del Proyecto Descartes, accesible en <http://proyectodescartes.org/EDAD/>. Este proyecto, de origen

anterior, consiste en una serie de recursos digitales para ESO en Matemáticas, Ciencias Naturales y Física y Química. La diferencia con Procomún es que los contenidos están estructurados en sus respectivas unidades didácticas y todos tienen un diseño común. En la figura 4.1 se puede ver un ejemplo de contenido de una de estas unidades.

The screenshot shows the 'proyecto descartes' website interface for the 'Concepto de fracción' unit. The top navigation bar includes 'Educación Digital con Descartes', '1º ESO Matemáticas', and 'proyecto descartes Fracciones'. The sidebar on the left contains a table of contents with sections like '1. Concepto de fracción', '2. Fracciones equivalentes', '3. Operaciones con fracciones', and '4. Aplicaciones'. The main content area is titled '1. Concepto de fracción' and includes the text 'Las fracciones en nuestra vida cotidiana'. It provides examples of fractions in everyday language, such as 'Me queda la mitad', 'Falta un cuarto de hora', 'Tengo un décimo de lotería', 'Caben tres cuartos de litro', and 'Está al ochenta y cinco por ciento de su capacidad'. Below this, it explains that fractions are used in these expressions and that the unit is as old as language. A visual representation of a fraction is shown using a 2x2 grid where the top-left and top-right squares are yellow, representing the fraction 2/4 or 1/2. The text below the grid states: 'Este cuadrado es la unidad', 'Tenemos 4 trozos', and 'En la unidad hay 8'. At the bottom of the main content area, there is a button labeled 'Pulsa para hacer un ejercicio' and an 'Inicio' button.

Figura 4.1: Concepto de fracción en el proyecto Descartes.

Pero no solo tenemos esta gran plataforma, con una simple búsqueda podemos encontrar otros portales con recursos como:

- <https://www.neok12.com>
- <https://es.tiching.com>

Además, en la página <http://www.aulaplaneta.com/2015/09/08/recursos-tic/25-herramientas-para-ensenar-matematicas-con-las-tic/> podemos encontrar una recopilación más extensa y clasificada por temática.

Pero las posibilidades de las TIC son inmensas y su uso va más allá de estos recursos. Tenemos blogs con contenido orientado a estudiantes de secundaria de matemáticas como:

- <http://mates.aomatos.com/>
- <http://lasmaticas.eu/>
- <https://matematicascercanas.com/>
- <https://www.matesymas.es/>

- <https://soymatematicas.com/>
- <https://www.profesor10demates.com/>
- <https://miguematicas.blogspot.com/>
- <https://eljoenmatematico.blogspot.com/>
- <http://www.tocamates.com/>

Aunque, algunos blogs como este último no están orientados a secundaria, sino a los últimos cursos de primaria. Para más información sobre los blogs tenemos páginas que incluyen listas de estos, junto a descripciones de su contenido en:

- <https://www.edu-casio.es/noticias/10-blogs-espanoles-matematicas-para-profesores>
- <https://www.sectormatematica.cl/blogs.html>

Otro ejemplo de recurso habitual son los vídeos. Cada vez existen más canales de YouTube que tratan las matemáticas. Algunos de los más famosos son:

- <https://www.youtube.com/user/davidcpv>
- <https://www.youtube.com/user/profesor10demates>
- <https://www.youtube.com/user/MateMovil1>
- <https://www.youtube.com/user/julioprofe>
- <https://www.youtube.com/user/juanmemol>
- <https://www.youtube.com/user/asesoriasdematecom>

Incluso un profesor de la propia Universidad de La Rioja tiene un famoso canal de vídeos de divulgación matemática llamado Derivando, accesible en https://www.youtube.com/channel/UCH-Z8ya93m7_RD02WsCSZYA.

Par ver más canales, podemos utilizar las propias recomendaciones que hace YouTube o utilizar listas creadas manualmente como la que encontramos en <https://www.oyejuanjo.com/2016/12/10-canales-youtube-aprender-matematicas.html>

Pero no es solo este tipo de herramientas ponen de manifiesto el uso actual que se hace de las TIC, existen multitud de proyectos de innovación en esta línea. De hecho, las dos últimas tesis defendidas sobre didáctica de las matemáticas por Guillermina Marcos Lorenzón en 2008 (ver [ML08a]) y por Roberto Castellanos Fonseca en 2011 (ver [CF11]) hacen uso de las TIC de forma intensiva.

Finalmente, aunque los propios entornos educativos como Moodle o Blackboard permiten la integración de gran parte de este contenido, facilitándonos la creación de blogs, wikis, canales de vídeos... existen entornos completos propios como <http://www.tutormates.es/>. Este se trata de un proyecto conjunto de la Universidad de La Rioja y la de Cantabria, así como del Gobierno Central especializado en las matemáticas.

4.2.1. Otro *software*

Aunque en este trabajo fin de máster nos vamos a centrar en tres herramientas: hojas de cálculo, editores de imágenes (tanto en mapa bits como vectorial) y un programa de CAD (diseño 2D y 3D de figuras), existe una amplia variedad de programas que pueden servirnos para mejorar nuestras competencias en matemáticas. Fijándonos en algunos de los proyectos de innovación actualmente en marcha, son muchos los que hacen uso de herramientas como:

- WIRIS: es una plataforma para cálculos matemáticos. Dispone de modalidades online como la que está accesible en <https://calcme.com/>. Permite operar polinomios, funciones matrices, hacer combinatoria, gráficas...
- Geogebra: conocido programa matemático orientado a la enseñanza. Aunque destaca en el área de geometría incluye herramientas de cálculo, funciones, álgebra...
- CABRI: Inicialmente se trataba de una plataforma para trabajar la geometría. Aunque ha ido creciente y en su actual modalidad Cabri Express es un entorno completo de cálculo similar a Wiris.

Capítulo 5

Propuesta de intervención didáctica o aplicación práctica

Las posibles formas de implantar las TIC para el aprendizaje de las matemáticas son muy variadas: comenzando por el nivel al que se pueden orientar (primaria, secundaria, universidad...), hasta los tipos (partiendo desde las más informales como juegos, llegando a entornos completos pensados para las matemáticas como pueden ser SageMath, pasando por pasatiempos, herramientas más simples, etc.). Debido a esto, un primer paso que tenemos que dar es concretar el alcance y enfoque de nuestra propuesta.

En este proyecto de innovación vamos a partir de problemas que podemos encontrar en alumnos de primer curso de ESO, para luego llegar a ver diferentes formas de abordarlos. A medida que vayamos introduciendo estas herramientas también iremos haciendo observaciones sobre cómo sería posible extender su uso a niveles posteriores.

Tal y como ya comentamos en la introducción, buscaremos únicamente programas gratuitos, priorizando además que tengan uso fuera de la disciplina estrictamente matemática, por ejemplo, que se estudian en informática para conseguir dar una visión transversal.

5.1. Descripción de los principales problemas del primer curso de secundaria

Antes de entrar a describir el contenido del proyecto en sí, vamos a ver qué características particulares presentan los grupos de 1.º de ESO y a qué problemas se enfrentan. Serán precisamente estas dificultades las que orienten nuestra propuesta.

No obstante, aunque estará enfocado a este primer nivel de secundaria, conviene remarcar que el mismo proyecto se podrá extender a cursos superiores.

Como ya veremos a lo largo de esta memoria, el proyecto admite muchas ampliaciones y él mismo puede ser útil, sin apenas modificaciones, para otros cubrir otras dificultades o niveles.

Las matemáticas suelen ser una materia que tradicionalmente presenta mayores dificultades que otras asignaturas. Haciendo que mucha gente llegue a detestarla, agravando la situación en un círculo vicioso. Quizás, algunos de los problemas vengan de que las matemáticas son una disciplina que exige una mayor abstracción que otras y, además, su conocimiento es acumulativo. Es decir, no debemos aprender algo y olvidarlo porque se sigue usando más adelante. Esto unido a la falta de motivación puede convertir a la materia en un auténtico muro para el estudiante.

Además, todo esto se une a las particularidades que presenta 1.º de ESO pudiendo agravarse el problema. Es en este curso cuando los alumnos cambian de etapa, lo que muchas veces va ligado a un cambio de centro, profesores, compañeros. Por ejemplo, dejan de tener docentes que les dan varias asignaturas en primaria, a tener profesores específicos de cada materia. Esto unido a un trato menos paternalista y más de adulto provoca importantes desajustes, tal y como se analiza en [MRFG12]. En este artículo se indica que un tercio de los estudiantes sufre consecuencias negativas en este cambio de etapa. Además, en esta misma obra, se observa como uno de los principales obstáculos se encuentra en cómo se acomoda la clase al ritmo del estudiante y a sus dudas. Algo que las TIC pueden ayudarnos a solventar al ser herramientas que pueden ejecutarse al ritmo que se desee y cuantas veces se quiera.

Estos desajustes en el cambio de etapa pueden tener influencias a largo plazo e incluso conllevar el abandono temprano de los estudios. Aunque sin ir tan lejos, tal y como se recoge en [Min17], primero de la ESO es el curso donde más alumnos repiten curso, superando el 10% en el curso 2014/15 e incluso llegando a casi el 15% en el caso masculino.

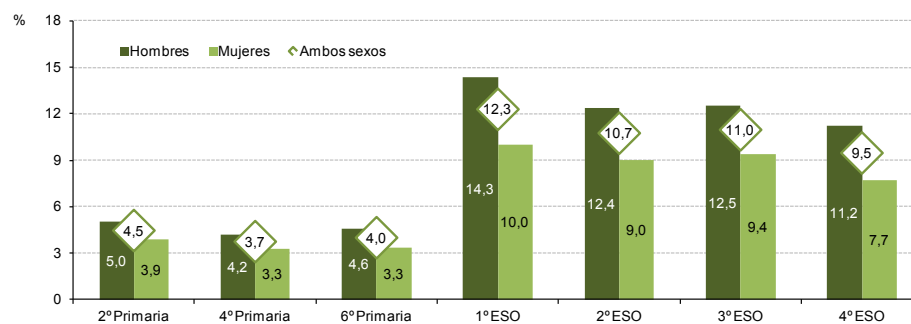


Figura 5.1: Porcentaje de alumnado repetidor en el curso 2014/15 en Educación Primaria y ESO según su sexo.

Así, tal y como se observa en el gráfico 5.1, esto supone un enorme salto respecto de la etapa de primaria, un salto que no llega a normalizarse en toda

la fase de secundaria. Esta situación es aún más grave en los centros públicos como se observa en 5.2.

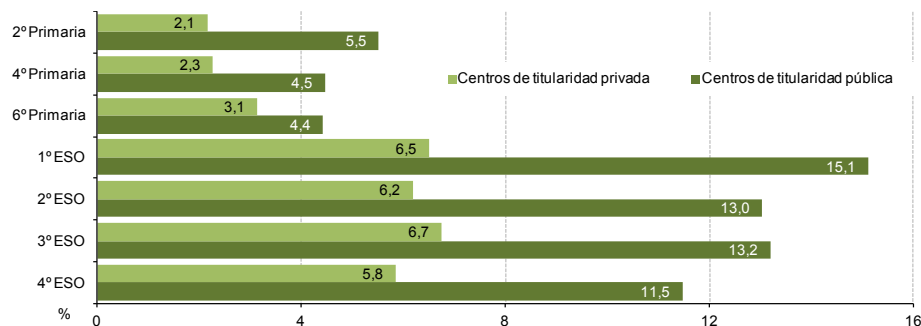


Figura 5.2: Porcentaje de alumnado repetidor en el curso 2014/15 en Educación Primaria y ESO según la titularidad del centro.

5.1.1. Matemáticas

No es reducido el número de centros que para tratar de atajar el problema apuestan por grupos más reducidos en esta asignatura o crear grupos de apoyo. Con esto se busca que la atención que se da a los alumnos sea más individualizada y se puedan corregir los problemas que vayan apareciendo.

Sin embargo, no todos los centros disponen de los medios para hacer estos desdoblamientos. Y, en cualquier caso, aunque supongan mejoras, no siempre consiguen alcanzar la meta propuesta por completo.

Este proyecto busca por tanto dar una solución a este problema, que podemos encontrar en muchos cursos de 1.º de ESO, alternativa a este desdoblamiento. Consiste en apostar por el uso de las nuevas tecnologías.

Uno de grandes problemas que podemos tener en este nivel de matemáticas es que presenten dificultades a la hora de manejar números. Al comienzo del curso de primero se suele trabajar el bloque de números y álgebra. En este aparecen números negativos, fracciones, divisibilidad... Aunque, si atendemos al currículo de primaria, deberían resultarles conocidos en parte, sobre todo los números negativos, bien es cierto que no siempre es así. Y es algo en lo que conviene detenerse, pues el resto del curso, incluso niveles superiores, requieren de un manejo ágil y correcto de estos números. De hecho, una vez superada esta primera etapa aparece la manipulación de expresiones algebraicas, donde se ponen verdaderamente a prueba estos conocimientos.

Siguiendo con el currículo de 1.º de la ESO, otro de los problemas típicos en este bloque de números, viene a la hora de trabajar con porcentajes. Pero este no es el único bloque del curso, Geometría y Probabilidad y Estadística también forman parte de él. Trabajar con porcentajes, Pitágoras, áreas... puede llevar

también al alumno a suspender dichas partes. Así que la propuesta va a llevarnos a ver diferentes actuaciones para cada uno de estos bloques que encontramos en primero de ESO.

Mencionar que, según el currículo, existe en este nivel un cuarto bloque que es el de «Procesos, métodos y actitudes matemáticas». Este bloque no será tratado como tal, al no tener unidades propias y estar presente en todo el curso. Forma parte pues de una base de técnicas y competencias que deben ser comunes a cualquier unidad o bloque en el que nos encontremos.

Finalmente, y antes de entrar en la propuesta en sí, es importante señalar que, más allá de este proyecto, es imprescindible que el alumno muestre interés y dedicación. Si bien sacarlo de la rutina y utilizar herramientas informáticas puede ayudar, no deberá ser el único esfuerzo que se haga en este sentido. Cuando el grupo se muestra participativo en clase, realiza preguntas, completa las actividades propuestas y muestra atención durante las sesiones, es mucho más fácil que las medidas aquí propuestas no sean necesarias, o resulten mucho más efectivas.

5.1.2. Informática

Saliéndonos de la asignatura de matemáticas, vamos a ver brevemente qué características podemos encontrarnos en grupos donde se imparta informática. Si bien no forma parte esencial de este proyecto y no es la especialidad del máster cursado, conviene observar algunas características de esta asignatura que sería interesante trasladar a las Matemáticas.

A diferencia de los grupos de Matemáticas, en los grupos de informática la actitud de los alumnos suele ser, por experiencia propia, positiva. Es frecuente ver cómo se muestran animados a la hora de usar ordenadores, aunque no siempre esto es adecuado. En ocasiones, se desinhiben en exceso del ambiente de estudio y pueden tener actitudes inapropiadas.

Pese a esto, vamos a tratar de quedarnos con lo positivo: el interés hacia la asignatura. Como ya hemos mencionado en el marco teórico, los alumnos presentan actitudes más positivas cuando están delante de un ordenador. Aunque esto podría llevarnos a pensar en dar toda la sesión en ordenadores, lo que puede volverse en nuestra contra y ser contraproducente. El ejemplo más claro es que acaban despistándose debido a la gran cantidad de cosas que permite hacer un ordenador, la mayor parte de ellas ajenas a la asignatura en cuestión.

Finalmente, comentar que una parte interesante del proyecto es la dualidad que aporta entre matemáticas e informática. Pues muchos de los programas que usaremos son programas que se suelen explicar durante los cursos de informática en ESO. No obstante, sí que conviene resaltar que como dicha asignatura es opcional, a diferencia de Matemáticas, será frecuente que tengamos alumnos que no la cursen. En estos casos, si bien las herramientas siguen siendo útiles, quizás debamos volcarnos un poco más en apoyarlos para que aprendan los fundamentos básicos de uso de estos programas.

5.2. Bloque de números y álgebra

De cara a plantear nuestra propuesta de innovación para el primer curso de la ESO vamos a enfocarla por bloques de contenido. El primero de los bloques es el de números y álgebra. Si nos atenemos al currículo de ESO (ver [Gob15]) dentro de este bloque nuestros estudiantes tienen por contenidos:

- Divisores y criterios de divisibilidad de los números naturales.
- Los números primos y compuestos. Descomposición en factores primos de un número natural.
- Cálculo de múltiplos y divisores comunes a varios números, incluido el máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos o más números naturales.
- Concepto y utilización de los números negativos.
- Representación de los números en la recta numérica. Ordenación y operaciones básicas, incluyendo el uso de la calculadora.
- Potencias de números enteros donde el exponente es natural.
- Uso de las fracciones en el día a día. Comparación de fracciones, fracciones equivalentes, orden, representación y operaciones.
- Representación, ordenación y operaciones de los números decimales.
- Relación entre los números decimales y las fracciones. Incluyendo conversiones y operaciones mixtas.
- Jerarquía de operaciones.
- Elaboración y utilización de estrategias de cálculo mental, así como de cálculo aproximado. Conociendo cómo apoyarse en calculadores u otras herramientas tecnológicas.
- Proporcionalidad directa y porcentajes sencillos.
- Introducción al lenguaje algebraico y a la traducción de expresiones del lenguaje diario al algebraico y a la inversa.
- Cálculo del valor numérico de una expresión algebraica.
- Operaciones de expresiones algebraicas, incluyendo la división monomial, además del producto, suma y diferencia.

La mayor parte de estos objetivos de bloque suelen alcanzarse sin mayor problema. No obstante, como ya hemos comentado, un área donde pueden existir carencias es a la hora de trabajar con números negativos o fracciones, especialmente cuando aparecen signos negativos. He aquí, por tanto, el primer punto a abordar en nuestra propuesta.

5.2.1. Números enteros

Uno de los conceptos que mejor debe ser interiorizado a lo largo del curso de 1.º de ESO son los números enteros. Un contenido que aparece en las primeras etapas del curso y les acompaña el resto del año, e incluso en posteriores etapas. Aunque ya se ha debido venir trabajando a lo largo de la etapa de Educación Primaria, como ya comentamos, no todos los alumnos los manejan con soltura, provocando retrasos no solo en esta unidad, sino en el resto del curso de no atajarse correctamente.

Si bien es cierto que las operaciones de producto y división suelen presentar menos problemas; pues se reducen a operar los números en valor absoluto y luego operar el signo, como indican las propiedades de estas operaciones. Es a la hora de sumar o restar cuando aparecen las principales dificultades. A veces estas consisten en errores que, de ser repasados con detenimiento, el propio alumno se percata del fallo. Sin embargo, no es en la velocidad o falta de práctica donde suele estar el principal problema en este caso. El foco de la cuestión, sobre el que vamos a incidir, es que los estudiantes entiendan qué viene a significar sumar o restar cuando aparecen números de distinto signo.

Para abordar esta primera dificultad vamos a hacer uso del programa informático Microsoft Office Excel. Una herramienta que ya les resulta familiar a aquellos que cursan informática, pues se enseña en dicha asignatura. Notar que, aunque *a priori* Microsoft Excel es de pago y no entra dentro de las herramientas que hemos señalado como seleccionables para esta propuesta, todas las hojas de cálculo desarrolladas a lo largo de este proyecto han sido probadas en LibreOffice Calc, aplicación libre y gratuita para trabajar con hojas de cálculo. De forma que, cuando nos referimos a Excel, nos estaremos refiriendo a cualquier *software* de hojas de cálculo compatible. Incluso existen modalidades online de estos programas para permitir su uso sin necesidad de hacer instalaciones.

En la figura 5.3 podemos ver la primera hoja que hemos preparado. En la parte superior izquierda nos encontramos con un área para que los alumnos escriban los dos números que hay que operar y obtengan el resultado que da su suma, resta, producto y cociente. Las únicas celdas editables aparecen pintadas de un naranja claro, mientras que el resto de celdas actualizan su valor dinámicamente y se encuentran bloqueadas para evitar modificaciones indeseadas. Este formato se mantendrá a lo largo de todas las hojas diseñadas para este proyecto. Pero sin lugar a dudas, la parte importante se encuentra a la derecha. Como podemos apreciar en la figura 5.4, tenemos la recta real donde se representan los números introducidos, así como su suma o resta.

Mediante esta hoja, los propios estudiantes van modificando los valores viendo así cómo varían los resultados obtenidos. De una forma rápida pueden probar muchísimas combinaciones. Estas opciones quedan recogidas en la figura 5.4. En ella podemos ver un primer ejemplo donde los dos números a operar son positivos, un segundo donde aparece ya un término negativo en segunda posición, y así sucesivamente hasta completar los cuatro casos posibles en función del signo.

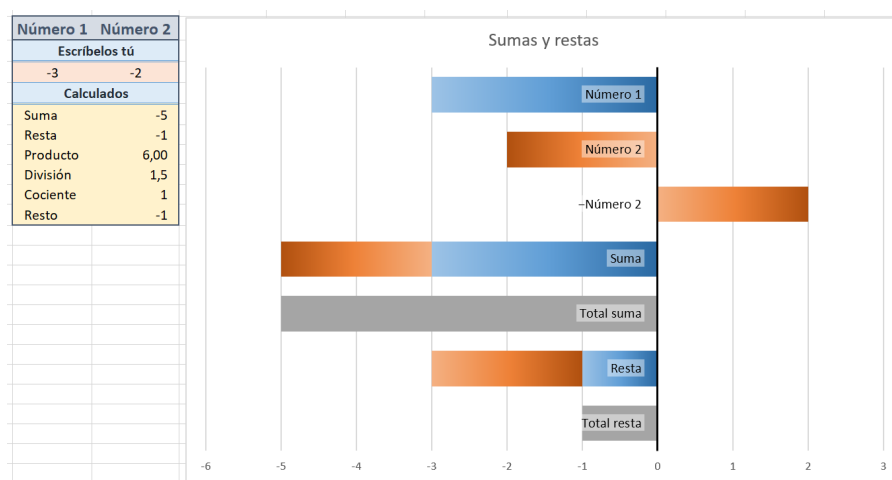


Figura 5.3: Hoja de cálculo de números enteros.

Si nos fijamos con detenimiento, gracias al degradado con el que se han coloreado los números podemos ver que la idea de sumar es “colocar” el segundo término al final del anterior y restar es lo mismo, solo que el término a colocar es el opuesto al segundo término. Es decir, restar es sumar el opuesto. Con esta simple representación los alumnos pueden asimilar el concepto de sumar y restar, que tan claramente se ve en números naturales. Viendo de esta forma cómo se extienden estas mismas operaciones a cualquier número, independientemente de su signo.

De lograr que interioricen esta idea, no solo podemos conseguir que no cometen tantos errores a la hora de operar, sino que, de cometer un error con el signo, puedan darse cuenta que el resultado es incorrecto. Así, de un vistazo, pueden detectar errores como que no tiene sentido que al restar a un número un valor negativo se obtenga un número menor, por mucha resta que sea. Esta intuición a la hora de enfrentarse a cualquier problema, hacerse una idea de qué debería darnos aproximadamente, es una herramienta muy útil en la autocorrección, que es interesante fomentar.

5.2.2. Fracciones

En esta ocasión, la carencia que se busca resolver tiene que ver con las fracciones. Los estudiantes deben comprender que una fracción es un número más, no siempre entero, el cual tiene una serie de elementos o características: numerador, denominador, parte entera, parte decimal, representación decimal... y que va acompañado de una serie de propiedades que definen su suma, resta, producto, división y simplificación.

Es precisamente esta idea de que dos fracciones aparentemente distintas son la misma la que más puede costar asimilar. Además, es algo básico, no ya

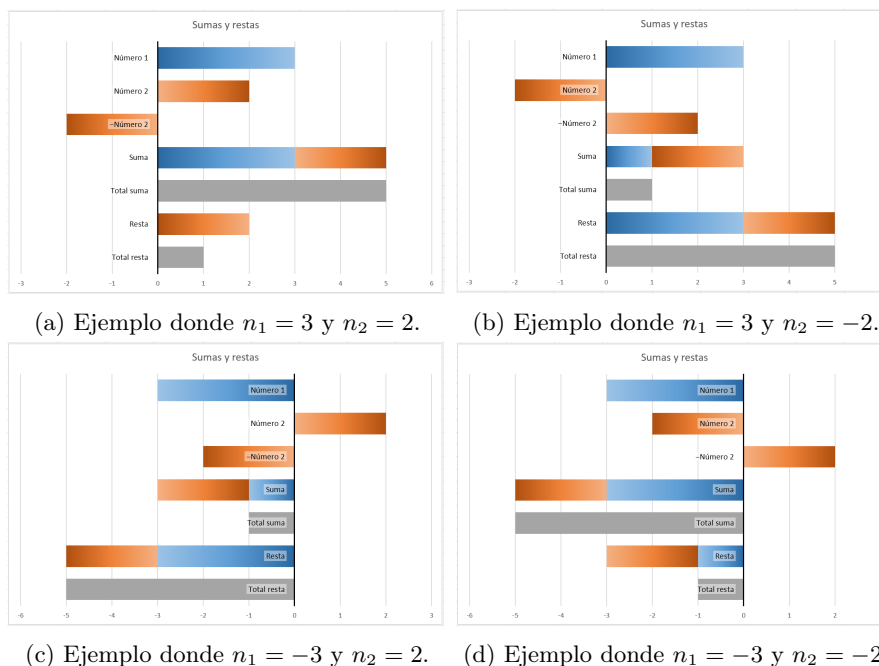


Figura 5.4: Diferentes rectas de números según los signos de los términos n_1 y n_2 involucrados en la operación.

solo para simplificar fracciones, sino para operar con ellas, al tener en muchas ocasiones que poner un común denominador.

Así pues, el primer objetivo es que se asimile perfectamente qué es una fracción y cuáles son sus partes, para lo que se ha preparado la hoja de cálculo que podemos ver en la figura 5.5. Como ya ocurría en las hojas de cálculo anteriores, los alumnos se encuentran con unas pocas celdas editables, señaladas siempre de naranja claro. Pueden cambiar el valor de estas haciendo cuantas pruebas quieran para ver cómo afectan dichas modificaciones a los resultados mostrados. De esta forma pueden ir descubriendo y asimilando mejor las propiedades que aparecen. Además, es una buena herramienta para comprobar ejercicios y que así ganen también autonomía y capacidad de autocorrección. La propia hoja de cálculo les puede servir para detectar errores en ejercicios, repasar y aprender así dónde suelen fallar antes de que lleguen al examen o entreguen de una actividad evaluable y sea tarde. Finalmente, debido a que forma parte intrínseca de la simplificación de funciones, también se trabaja el concepto de máximo común divisor.

Aparte de la hoja ya vista, se ha introducido una segunda hoja dedicada a este mismo tema donde se observan las cuatro operaciones básicas con fracciones. Esta hoja muestra el proceso paso a paso, además de servir como calculadora para comprobar si se ha operado correctamente. Se muestra en la figura 5.6. En


Dato	Valor
Escríbelos tú	
Numerador	12
Denominados	9
Calculados	
Parte entera	1
Parte decimal	$\frac{3}{9}$
Expresión decimal	1,33
Fracción original	$\frac{12}{9}$
Máximo común divisor	3
Se puede simplificar dividiendo numerador y denominador por 3.	
Fracción simplificada	$\frac{4}{3}$
Representación visual	
<p>Esa fracción son 1 unidades y $\frac{3}{9}$ de unidad.</p>  <p>■ Parte fraccionaria</p>	

Figura 5.5: Hoja de cálculo inicial sobre las partes de una fracción.

esta ocasión es el mínimo común múltiplo el que aparece de cara a hacer sumas y restas, aunque el máximo común divisor sigue presente en la simplificación posterior.

5.2.3. Porcentajes

El tercer tema a abordar dentro de este bloque son los porcentajes. Notar que se trata de un tema estrechamente relacionado con el anterior, aunque las dificultades que pueden tener los alumnos y que vamos a abordar son otras. Sin ir más lejos, en este caso, la representación y concepto suele resultarles mucho más familiar. Están habituados en su día a día a ver ofertas, descuentos, IVA... donde aparecen estos términos. No obstante, entender cómo afectan realmente a las cantidades no es tan sencillo. Sobre todo, se suelen apreciar dificultades al hacer el estudio de forma regresiva. Es decir, partir de un precio inicial y luego seguir una secuencia de incrementos o descuentos porcentuales hasta llegar al precio final les resulta mucho más sencillo que el inverso, conocer la serie de modificaciones en el precio que ha sufrido un artículo, cuánto ha costado y tener que conocer el precio inicial.

Así, para ver cómo van cambiando los valores se ha realizado para la ocasión la hoja de cálculo que vemos en la figura 5.7. Más allá de las típicas celdas

Suma					
$\frac{3}{5}$	+	$\frac{2}{3}$	=	$\frac{9}{15}$	+ $\frac{10}{15}$ = $\frac{19}{15}$ = $\frac{19}{15}$
Resta					
$\frac{3}{5}$	-	$\frac{2}{3}$	=	$\frac{9}{15}$	- $\frac{10}{15}$ = $\frac{-1}{15}$ = $\frac{-1}{15}$
Producto					
$\frac{3}{5}$	x	$\frac{2}{3}$	=	$\frac{3}{5}$	x $\frac{2}{3}$ = $\frac{6}{15}$ = $\frac{2}{5}$
División					
$\frac{3}{5}$	÷	$\frac{2}{3}$	=	$\frac{3}{5}$	x $\frac{3}{2}$ = $\frac{9}{10}$ = $\frac{9}{10}$

Figura 5.6: Las cuatro operaciones básicas de las fracciones.

que pueden modificar para ver cómo afectan los datos iniciales al resultado, en la parte inferior izquierda se ha incluido una calculadora para algunas de las operaciones porcentuales más frecuentes. Notar que, aunque está pensado para hacer un descuento y un incremento, en el caso de que no tengan que aplicar más de un descuento, siempre pueden recurrir a poner cero en la casilla de incremento. O, incluso cambiando los valores por sus negativos, pueden cambiar el sentido de la operación.

A base de ir modificando los valores se invita a los alumnos a ir viendo los resultados o comprobar las cuentas que realicen en problemas de clase. Sin embargo, sí que es de especial relevancia que a través de esta hoja pueden llegar a descubrir dos propiedades que pueden no resultarles tan intuitivas:

- No importa en qué orden hagamos el descuento/incremento. Es decir, da igual aplicar una oferta y hacer el IVA posteriormente, que al revés. Esta propiedad resulta intuitiva una vez llegas a cursos superiores y ver que aplicar porcentajes no es sino hacer una sucesión de productos conmutativos, los cuales son conmutativos. Sin embargo, esto no es tan evidente y en estos niveles menos.
- No es lo mismo aplicar un descuento del 10 % y luego otro del 10 %, que aplicar un descuento del 20 % desde el principio. O esto mismo para incrementos u otras cantidades. Esta propiedad es aún más chocante, aunque de pensarse un poco es fácil ver el motivo. La zona inferior derecha les invita a poner a prueba esto y descubrir lo que ocurre.

Son estos ejercicios de abstracción, que también se pueden extraer de estas hojas, los que podemos utilizar, no ya solo para el nivel de primero de ESO, sino también para niveles posteriores. En 2.º de ESO los alumnos siguen trabajando

Descuento-incremento sentido original			
Precio inicial	Descuento	Incremento	Precio final
100 €	20%	30%	104 €
Paso a paso			
Coste inicial			100 €
Descuento	20%	100 €	20 €
Precio tras descuento			80 €
Incremento	30%	80 €	24 €
Precio final			104 €

Descuento-incremento sentido inverso			
Precio final	Incremento	Descuento	Precio inicial
104 €	30%	20%	124 €
Paso a paso			
Precio final			104 €
¿Qué precio con un 20% de descuento es 104?			
Incremento	20%	104 €	130 €
Precio antes del incremento			130 €
¿Qué precio con un 30% de aumento es 130?			
Descuento	30%	130 €	100 €
Precio inicial			100 €

Calculadora de porcentajes		
Cantidad	Porcentaje	Resultado
100 €	10%	10 €
Cantidad	Resultado	Porcentaje
100 €	120 €	120%
Se ha producido un incremento del 20%.		
Resultado	Porcentaje	Cantidad
130 €	20%	650 €
Resultado	Cantidad	Porcentaje
150 €	120 €	125%
Se ha producido un incremento del 25%.		

Encadenando porcentajes				
Inicial	Porcentaje 1	Porcentaje 2	Porcentaje 3	Final
100 €	120%	80%	110%	106 €
Paso a paso				
	120 €	96 €	106 €	

Desencadenando porcentajes				
Final	Porcentaje 3	Porcentaje 2	Porcentaje 1	Inicial
106 €	110%	80%	120%	100 €
Paso a paso				
	96 €	120 €	100 €	

Figura 5.7: Hoja de cálculo sobre porcentajes.

con porcentajes y puede ser una hoja que nos siga resultado útil, especialmente de cara a ver ejemplos de estas propiedades más avanzadas.

5.2.4. Otros contenidos

Si nos fijamos en los contenidos del bloque antes enumerados, podemos observar que el trabajo con expresiones algebraicas también aparece en este curso. Excel nos permite resolver ecuaciones haciendo uso de su transcripción a lenguaje de hoja de cálculo y usando la función de análisis de datos. Así, por ejemplo, para resolver la ecuación $x + 2(x - 1) + 3x - 7 = -5(x - 2)$ deberemos escribir en la celda A1:

$$=A2+2*(A2-1)+3*A2-7+5*(A2-2)$$

Como se puede observar, esto consiste simplemente en pasar los términos a un lado y usar como incógnita la celda A2. Una vez hecho, debemos ir a la pestaña de datos y, en la sección previsión, hacer clic en análisis de hipótesis, buscar objetivo. En la nueva ventana debemos poner los datos que se observan en la figura 5.8. Lo que estamos le estamos diciendo a Excel con estos valores es que queremos que la celda A1 valga 0, y que pruebe a cambiar el valor de A2 para

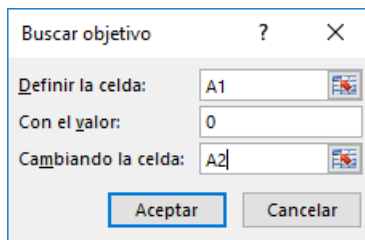


Figura 5.8: Calculando una ecuación con Excel.

conseguirlo. Sin embargo, aunque posible, esto tiene poco interés pues omite el proceso y se limita a servir como un comprobador de resultado. Aunque, más allá de la resolución de ecuaciones de 1.º grado, esta misma idea se puede aplicar para conocer el valor numérico introducido en la celda A2.

El apoyo visual en las ecuaciones aparece sobre todo cuando empiezan a ver que las lineales son rectas y las cuadráticas, parábolas. De forma que resolverlas es buscar cortes de estas funciones, algo que se extiende a los sistemas de ecuaciones. Aunque esto es visual y explica perfectamente el tipo de soluciones que queremos dar, queda lejos de los objetivos de primero y no entra por lo tanto en este proyecto.

5.3. Bloque de geometría

Para enfocar este bloque nos atenemos de nuevo al currículo de secundaria accesible en [Gob15]. Los contenidos que asigna a este bloque son:

- Elementos básicos de la geometría del plano: figuras, paralelas y perpendiculares.
- Ángulos y relaciones entre ellos.
- Construcciones y propiedades geométricas sencillas: mediatriz y bisectriz.
- Figuras planas elementales: triángulo, cuadrado y polígonos.
- Clasificación de cuadriláteros y triángulos, así como sus propiedades.
- Cálculo y medida de ángulos de figuras planas.
- Cálculo del perímetro y área de una figura plana. Esta última aplicando descomposición en figuras más sencillas.
- La circunferencia, el círculo, los arcos y los sectores circulares.
- Herramientas informáticas para estudiar figuras y relaciones geométricas.

En esta ocasión, para tratar la geometría se ha optado por un triple enfoque:

- Uno más conservador con el anterior bloque que mantiene el uso de las hojas de cálculo.
- Otro totalmente nuevo donde se introduce el uso de programas de edición de imágenes.
- Por último, dos programas de modelado o diseño de figuras donde la geometría forma parte fundamental del programa.

A diferencia de cómo hemos abordado el anterior bloque, en esta ocasión las dos últimas herramientas nos van a permitir tratar un amplio número de problemas, que incluso van más allá del curso de 1.º y entran en 2.º de ESO. Es por ello, que, de forma sencilla, las mismas herramientas que nos sirven como apoyo para aquellos estudiantes que presentan dificultades, nos pueden servir para tratar con aquellos que tengan rendimientos superiores a la media.

La lista de enfoques antes dada sigue también una complejidad gradual, siendo Excel la más básica, y el programa de diseño, conocido como CAD, el más avanzado. Esto lo podemos tener en cuenta de cara a la introducción de estas herramientas en un aula, adaptándolas a la situación en la que nos encontremos e incluso a estudiantes en concreto.

Dentro del bloque se ha intentado hacer un barrido general de los conceptos más importantes, prestando especial atención en la idea de la descomposición de figuras. Así, conociendo unas pocas áreas, de hecho, con la del rectángulo bastaría, pueden ir deduciendo el área del resto de figuras. Esta idea de que, retrotrayéndose a los casos más simples, se pueden hacer grandes avances es una constante de las matemáticas que conviene que interioricen en los primeros cursos de secundaria.

5.3.1. Calculadora de áreas

Así, para empezar el bloque se ha desarrollado en Excel una nueva hoja de cálculo donde el alumno puede obtener distintas áreas de los polígonos más conocidos en función de los parámetros clásicos: radio, altura, lado... Se puede ver esta hoja en la figura 5.9.

Al igual que pasaba con las hojas de cálculo anteriores, permite al estudiante analizar las fórmulas utilizadas para el cálculo haciendo clic en las celdas resultado y viendo la función que contienen. Sin embargo, en esta ocasión la hoja no destaca por en el aspecto visual, salvo por la representación de ángulos que aparece en la parte inferior derecha. Aunque, no debemos olvidar que, de nuevo, introducir Excel puede hacer que nuestros estudiantes se sientan cómodos al tener entre manos una herramienta ya conocida.

5.3.2. Editor de imágenes

Con el objetivo de dar una visión más interactiva, el eje de este bloque es el uso de un editor de imágenes, obteniendo así un enfoque mucho más visual.

Triángulo			Cuadrado		
Base	Altura	Área	Lado	Área	Perímetro
2,00	2,00	2,00	2,00	4,00	8,00
3,30	9,09	15,00	1,73	3,00	6,93
3,39	21,00	35,60	1,00	1,00	4,00

Rectángulo				Círculo		
Lado 1	Lado 2	Área	Perímetro	Radio	Área	Perímetro
2,50	4,00	10,00	13,00	2,00	12,57	12,57
4,20	7,14	30,00	22,69	0,98	3,00	6,14
2,50	5,00	12,50	15,00	0,64	1,27	4,00

Polígono regular					Radio		Diámetro	
Nº de lados	Lado	Apotema	Perímetro	Área				
6	3,00	2,60	18,00	23,38	3,00		6,00	
5	5,81	4,00	29,06	58,12	2,75		5,50	
4	1,25	0,63	5,00	1,56				
3	3,72	1,07	11,17	6,00				

Triángulo rectángulo			Ángulo	
Cateto 1	Cateto 2	Hipotenusa		
3	4	5		70
12	9	15	Complementario	20
			Suplementario	110

ÁNGULO



Figura 5.9: Calculadora de figuras planas.

Con un editor como Gimp, *software* libre, gratuito y multiplataforma con el que se suele trabajar en la asignatura de informática, pueden descomponer figuras, medir ángulos, distancias, áreas...

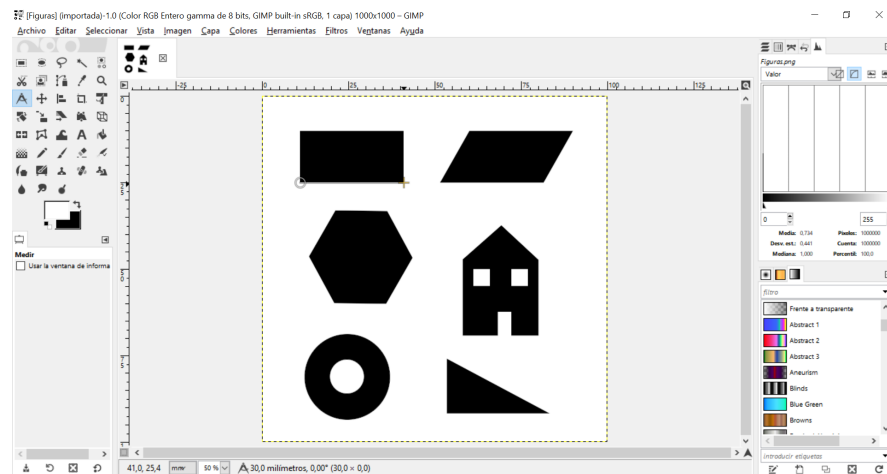


Figura 5.10: Ventana principal de Gimp donde estamos midiendo el lado de un rectángulo.

En la figura 5.10 se puede apreciar una hoja de cálculo general. Veamos

algunas de las funcionalidades mencionadas:

- Medir distancias: Esta es una de las funciones de Gimp más fáciles de descubrir. Es accesible desde el panel lateral, en la herramienta cuyo icono es un compás. Tras seleccionarse simplemente haciendo clic y arrastrando podemos medir cualquier distancia como se observa en la figura 5.10 y 5.11. Notar que por defecto esta se mide en píxeles, aunque podemos cambiar la unidad en la barra de estado de la parte inferior.
- Medir ángulos: La misma herramienta del compás nos mide a la vez ángulos, aunque para medir ángulos que no sean respecto del eje horizontal deberemos mantener pulsada la tecla Mayús. (o *Shift* por su nombre en inglés). Se puede observar un ejemplo del funcionamiento en la figura 5.11.

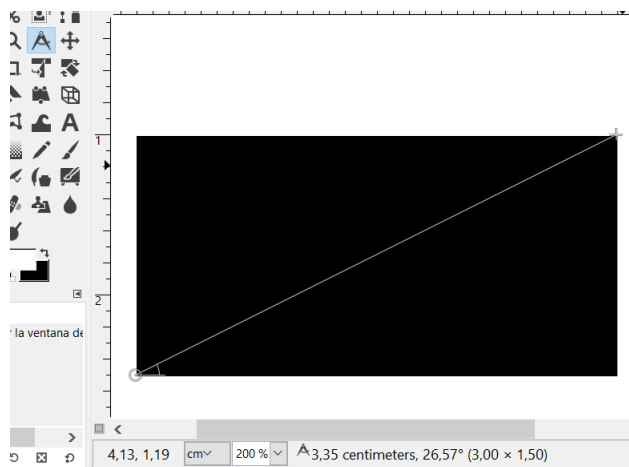


Figura 5.11: Midiendo el ángulo que forma la diagonal con el lado inferior del rectángulo.

- Descomponer figuras: Mediante las herramientas de recorte, simetría y giro pueden realizar todas las manipulaciones necesarias para convertir figuras complejas, con las que no sepan trabajar, en otras más simples. En la figura 5.12 se incluye un ejemplo de uso de esta herramienta.
- Medir áreas: Si bien la medición de distancias y ángulos funciona como estamos acostumbrados, la medición de áreas es diferente. Gimp no está pensado para medir áreas, así que lo que hemos llamado medir área es contar el número de píxeles ¹ seleccionados en una imagen. ¿Qué relación podemos encontrar entre esto y el área? Podemos por simplificar pensar en un pixel como en $0,01\text{mm}^2$, así que una selección de 125 píxeles, se corresponderá

¹Una imagen no vectorial, conocida como mapa de bits o imagen rasterizada, es simplemente una cuadrícula formada por infinidad de puntos de colores. Cada uno de estos puntos recibe el nombre de pixel.

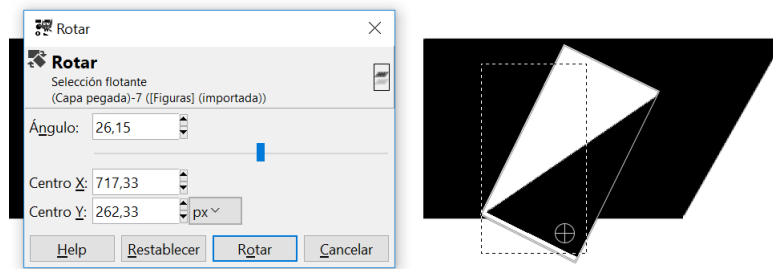


Figura 5.12: Girando un recorte de figura con Gimp.

con una selección de $12\,500\text{mm}^2$. Pero veamos el lado positivo de esto: es, sin lugar a dudas, una oportunidad excelente para introducir el cambio unidades que forma parte de este curso. Podemos encontrar el número de píxeles seleccionados en el histograma de la imagen como se observa en la figura 5.13. Así podemos ver que el rectángulo está formado por 45 000 píxeles, lo que equivale a $450\text{mm}^2 = 4,5\text{cm}^2$.

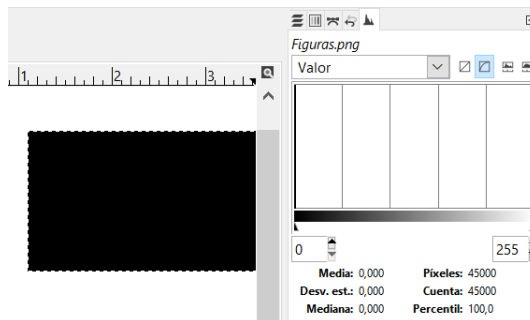


Figura 5.13: Tamaño de la selección en píxeles mostrada en el histograma.

Para facilitar la conversión de unidades que se menciona en este punto, se ha añadido una hoja de cálculo más. De esta forma los alumnos pueden comprobar los resultados obtenidos y al mismo tiempo practicar un poco más con Excel. Así pueden ver la utilidad de manejar varias herramientas y cómo se pueden complementar unas con otras. Se puede ver esta hoja en la figura 5.14.

- Redimensionado: Muy ligado a las áreas tenemos el tema de la redimensión de figuras. ¿Si haces una figura el doble de grande tiene el doble de área? La afirmación, aunque pueda parecer intuitiva a nuestros alumnos de primer curso es falsa. Es sencillo ver que si un rectángulo es el doble de ancho ya tiene el doble de área, luego si es el doble de alto... Mediante

Longitud									
Valor	Unidad	Kilómetro	Hectómetro	Decámetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro	
12	Decámetro	0,12	1,2	12	120	1200	12000	120000	
Superficie									
Valor	Unidad	Kilómetro²	Hectómetro²	Decámetro²	Metro²	Decímetro²	Centímetro²	Milímetro²	
10	Decímetro²	0,0000001	0,00001	0,001	0,1	10	1000	100000	
Volumen									Capacidad
Valor	Unidad	Kilómetro³	Hectómetro³	Decámetro³	Metro³	Decímetro³	Centímetro³	Milímetro³	Litro
3	Metro³	0,000000003	0,000003	0,003	3	3000	3000000	3000000000	3000
Masa									
Valor	Unidad	Kilogramo	Hectogramo	Decagramo	Gramo	Decigramo	Centigramo	Miligramo	
12	Kilogramo	12	120	1200	12000	120000	1200000	12000000	
Capacidad									Volumen
Valor	Unidad	Kilolitro	Hectolitro	Decalitro	Litro	Decilitro	Centilitro	Mililitro	Metro³
12	Kilolitro	12	120	1200	12000	120000	1200000	12000000	12

Figura 5.14: Conversor de unidades desarrollado en Excel.

la redimensión de tamaños que incluye Gimp, como se aprecia en la figura 5.15, unido con medidas de áreas y distancias pueden apreciar este hecho.

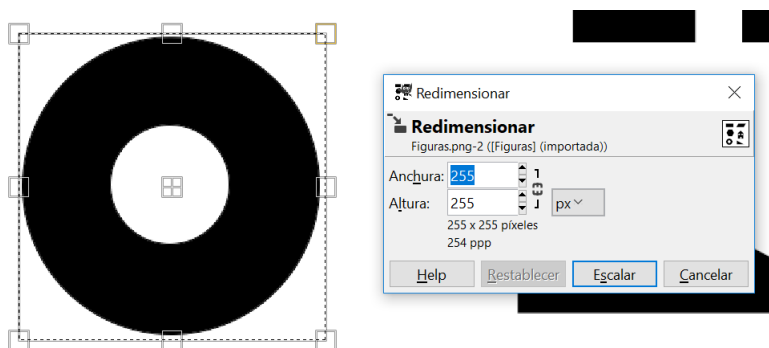


Figura 5.15: Redimensionando el tamaño de una figura.

- Construcción de figuras: Finalmente, al igual que ocurre con las seis figuras de ejemplo que hemos preparado, nosotros o los propios estudiantes pueden crear con Gimp sus propias figuras o tomar imágenes de la red para aplicar las técnicas vistas.

Aunque es cierto que la vertiente matemática de la edición de imágenes va mucho más allá (RGB, filtros, curvas de Bezier, compresión, redimensión...), simplemente con las pocas herramientas vistas tenemos un buen ejemplo de uso para mejorar las competencias en geometría.

Como se observa, esta herramienta se presta mucho más al descubrimiento que Excel. Aunque, debido a la complejidad del programa es necesario dar a los alumnos unas pautas, para evitar que se pierdan entre tanta opción. Se puede

ver un planteamiento de clase haciendo uso de Gimp y de estas mismas figuras en el apéndice A.

Finalmente, no podemos terminar la sección sin señalar que a la hora de crear las figuras conviene tener muy en cuenta la resolución de estas para que las conversiones píxeles-medidas reales sean sencillas y no den problemas. Por ejemplo, para la creación de las figuras de prueba se ha tomado como resolución 100 píxeles por mm^2 , es decir, 1pixel mide² $0,1 \times 0,1\text{mm}$.

5.3.3. Diseño y modelado de figuras

Como hemos podido observar Excel y Gimp no son herramientas precisamente preparadas para el trabajo que exige el bloque de geometría. Si bien es cierto, que este último programa nos deja muchas opciones de trabajo, a la hora de medir áreas vemos que no lo hace de la forma más natural posible. Aunque tiene sentido, pues una imagen en mapa de bits, que son las que utiliza Gimp, utilizan aproximaciones para hacer los contornos como se observa en la figura 5.16.



Figura 5.16: Parte superior de una circunferencia donde se aprecian los píxeles.

Es por ello, que de cara a hacer trabajos precisos con áreas necesitemos abordar el problema desde otra perspectiva. Las opciones que vamos a ver son dos:

- Programa de diseño vectorial.
- Programa de modelado de figuras.

Diseño vectorial

Un ejemplo de programa de diseño vectorial es Inkscape. De nuevo, como ya ocurría con Gimp, se trata de *software* libre, gratuito y multiplataforma. Podemos ver el programa como un editor de imágenes, solo que en este caso las imágenes no están formadas por píxeles, sino que se definen como figuras geométricas. Así, podemos ampliarlas o reducirlas sin pérdida de calidad. Esto hace que sea un tipo de programa muy utilizado para el diseño de logotipos, pósteres... y esté más ligado a la geometría que Gimp.

²Aunque los píxeles sean cuadrados, y por tanto unidades de área, es frecuente usarlos como unidad de longitud. En este caso se toma como medida su arista lateral.

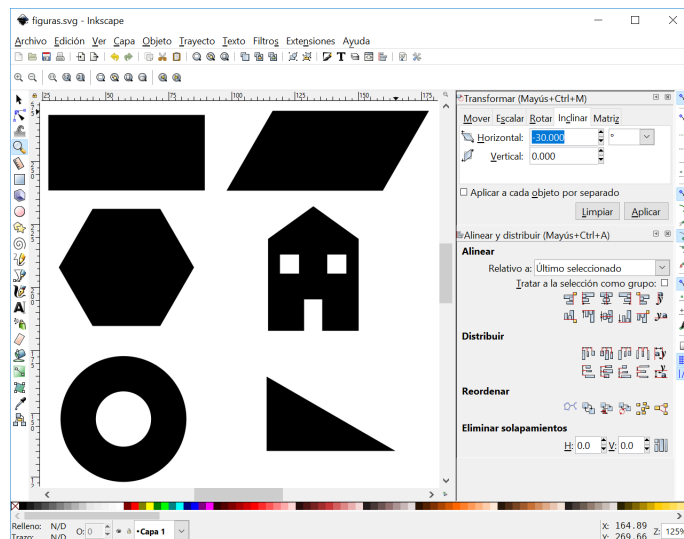


Figura 5.17: Aspecto general de Inkscape

El aspecto general del programa se recoge en la captura 5.17. Como podemos apreciar, la apariencia es similar a la de Gimp y el paso de uno a otro no supone mucho esfuerzo.

Algunas de las particularidades de usar diseño vectorial es que aparte de las opciones clásicas de manipulación, que vemos en la figura 5.18 y 5.19, tenemos las de unir o intersecar figuras, algo nuevo con respecto a Gimp. Para hacerlo debemos seleccionar dos o más figuras con las que trabajar y utilizar el menú trayecto que se recoge en la figura 5.20.

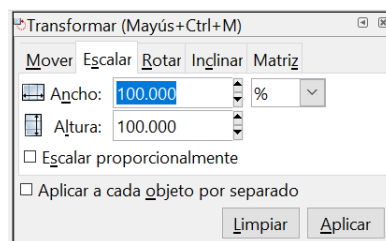


Figura 5.18: Opciones de manipulación en Inkscape: mover, escalar, rotar e inclinar.

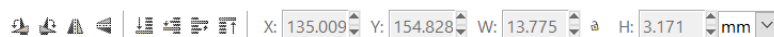


Figura 5.19: Otras opciones de manipulación como simetrías, giros o alineación.

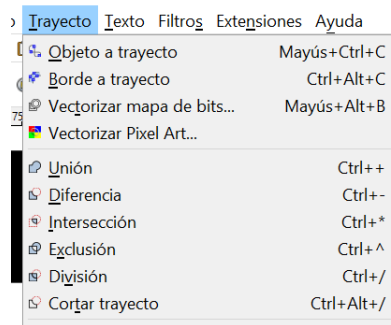


Figura 5.20: Menú trayecto de Inkscape.

Es en este mismo menú de trayecto donde vemos la opción de «Vectorizar mapa de bits». Esta opción es sumamente útil pues nos permite convertir a formato vectorial figuras formadas por píxeles.

Finalmente, en esta ocasión sí tenemos herramientas que nos permiten medir correctamente áreas, ángulos o distancias. Para estas dos últimas contamos con la regla que aparece en la barra lateral izquierda de la figura 5.17. Mientras que para calcular el área debemos hacer uso del menú extensiones como se observa en la figura 5.21. Para ello debemos seleccionar una figura, ir a este menú y, en área, elegir la unidad deseada. Una vez hecho nos añade a la figura un texto indicando el área.

Gracias a estas opciones, los alumnos pueden realizar básicamente las mismas operaciones que con Gimp, con la excepción de que en esta ocasión las mediciones serán mucho más precisas y las unidades más naturales. Además, a la hora de usar la regla podemos ver cómo nos facilita seleccionar los vértices en lugar de tener que elegirlos aproximadamente.

Modelado de figuras

La herramienta elegida en este apartado es SketchUp, anteriormente conocido como Google SketchUp. Este *software* se trata de un programa de diseño y modelado que resulta bastante sencillo de entender y empezar a trabajar con él. Si bien con su elección perdemos dos de las premisas que perseguimos:

- Utilizar herramientas que ya utilicen en informática. En esta ocasión, no es un programa que se suele usar en dicha asignatura. Aunque cuenta con una versión educativa porque en ocasiones sí es así.
- Utilizar herramientas gratuitas. Aunque es cierto que dispone de una versión de pago, la herramienta es gratuita para uso no comercial. No obstante, la versión educativa que hemos comentado nos pide contar con un centro adscrito al programa de Google GSuite para poder hacer uso de ella. Luego en principio no podremos hacer uso de ella.

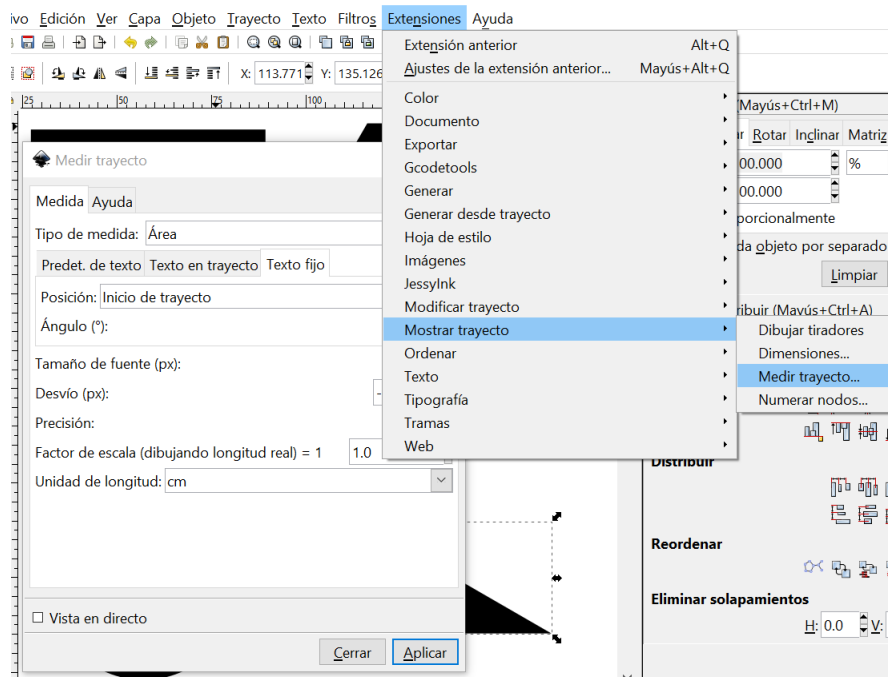


Figura 5.21: Midiendo un área con Inkscape.

- Ser multiplataforma. Finalmente resaltar que no dispone de una versión específica para ejecutarse sobre equipos con GNU/Linux como sistema operativo, sin embargo, es perfectamente compatible con la capa de compatibilidad Wine permitiendo así su correcta ejecución. En cualquier caso dispone de una versión *online*.

Particularmente, recomendamos utilizar la versión 8, la última desarrollada por Google antes de vender el programa. Es esta la versión la que utilizaremos ya que no pide registro y cuenta con todas las funcionalidades necesarias, además de necesitar menos potencia para ejecutarse correctamente.

El aspecto general del programa se puede apreciar en la figura 5.22. Aunque es una herramienta principalmente enfocada al diseño tridimensional, podemos utilizarla para dibujar en 2 dimensiones sin mayor problema. El programa nos permite de una forma muy sencilla dibujar rectas, curvas, dibujar polígonos, medir distancias, ángulos, áreas...

El *software* nos permite trazar paralelas con la herramienta equidistancia, perpendiculares con el transportador, simetrías³, seleccionar, cortar, copiar, pegar... No obstante, para evitar liarse con la tercera dimensión, es recomendable nada más empezar ir al menú de cámara y, dentro de vistas estándar, elegir

³Para ello debemos usar la herramienta escalar y elegir escala -1.

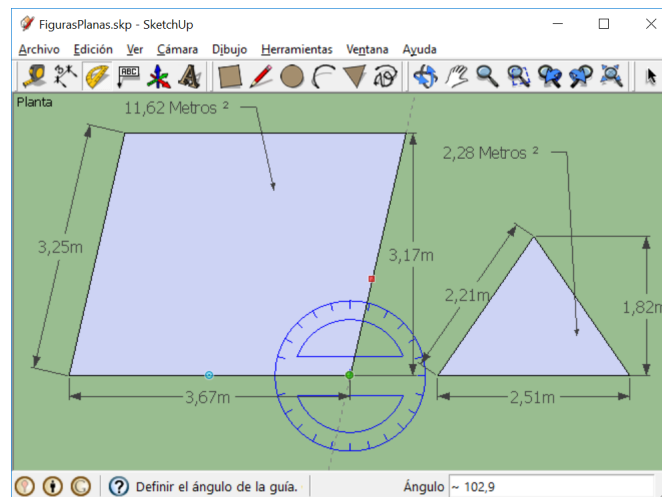


Figura 5.22: Figura bidimensional en la que se han incluido sus respectivas medidas calculas con SketchUp.

planta. De esta forma colocamos la cámara en la parte superior y nos quedamos con una perspectiva bidimensional.

En realidad, este programa se trata de una herramienta muy potente que puede ser utilizada durante toda la fase de secundaria. De hecho, introducirla en primero puede ser una forma de que, llegado el momento de segundo en el que aparezcan figuras tridimensionales, puedan seguir con esta herramienta teniendo parte del camino hecho. La herramienta permite medir volúmenes, mover la cámara, revolucionar cuerpos, obtener proyecciones, intersecciones, cortes transversales, múltiples vistas en perspectiva, animaciones... De hecho, es una herramienta con la que los alumnos, de estar interesados, pueden diseñar complejos modelos tridimensionales que luego pueden ser exportados a videojuegos, ser impresos en 3D o incrustados en Google Earth. Un ejemplo de una figura algo más avanzada que podría servirnos en cursos como 2.º o 3.º se muestra en la figura 5.23.

Aunque está muy bien conocer todas estas funcionalidades extra y sería sumamente interesante que algún alumno, ya no de primero sino de cursos superiores, muestre el suficiente interés para probarlas, no debería ser el objetivo a perseguir con su uso. Este programa empleado en su modalidad 2D o 3D debería ser utilizado para crear o manipular figuras sencillas y ayudarles a mejorar la visión espacial en el caso tridimensional. De hecho, aunque no es propio de 1.º, este será un problema recurrente a tratar en 2.º y 3.º de ESO.

Finalmente comentar que, aunque el programa tiene muchas opciones, una forma sencilla de empezar a conocerlas es activar la venta llamada «Instructor». Con ella abierta, cada vez que seleccionemos una herramienta se nos mostrará

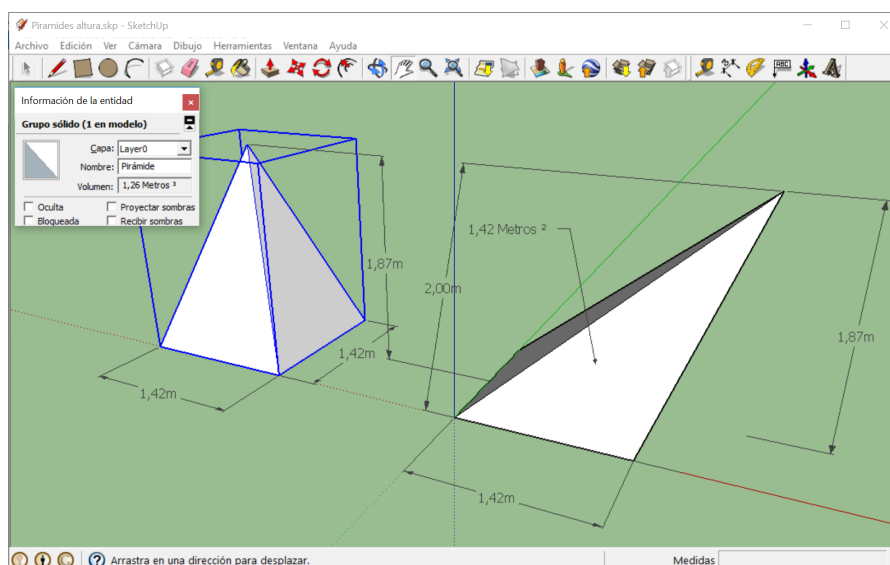


Figura 5.23: Medidas de dos pirámides en Google SketchUp donde se puede apreciar que independientemente de la inclinación, el volumen de ambas es el mismo al contar con misma base y altura.

una explicación del uso que tiene, acompañada de animaciones que muestren cómo funciona.

5.4. Bloque de estadística y probabilidad

Para este bloque el currículo, ver [Gob15], nos fija los siguientes contenidos:

- Individuos, muestras y poblaciones.
- Variables estadísticas: cuantitativas o cualitativas.
- Frecuencias relativas y absolutas.
- Medida de dispersión: el recorrido de una variable.
- Medidas de tendencia central: media, moda y mediana.
- Tablas de datos.
- Polígono de frecuencia y diagramas de sectores o barras.

Lo primero de todo, decir que este ha sido el único de los tres bloques en los que no hemos asistido, durante las prácticas, a ninguna clase. Es debido a ello, que no hemos podido detectar de forma experimental cuáles son las principales dificultades que se encuentran los estudiantes en relación con estas unidades. De

forma que, para poder hacer un desarrollo con fundamento, hemos consultado estudios relacionados con la estadística como [CF11], para ver cuáles suelen ser las principales carencias y desafíos que debemos abordar.

Uno de los principales problemas que se señalan en [Cob03] y [MS07] es el análisis e interpretación de gráficos y tablas de frecuencia. Aunque podamos tender a pensar que el análisis de este material es intuitivo, eso se debe a que ya estamos habituados y familiarizados con él.

Además de estos problemas, en [Bat00], se citan otros como la confusión de términos entre: media, mediana y moda. Por tanto, es importante que reforcemos el trabajo de estos conceptos y busquemos ejemplos donde sean claramente distintos de cara a la detección de errores.

Sin embargo, es en las gráficas donde una hoja de cálculos nos puede dar los mejores resultados. Esto es debido a que permite la organización de la información en grandes tablas economizando esfuerzos. Pues es muy fácil aplicar operaciones, generar gráficos y sacar conclusiones de forma rápida. Evitando además tener que rehacer cuantas cuando un dato cambia, pues todo se mantiene sincronizado. Esto nos permite ahorrar tiempo en procesos repetitivos y dedicarlo a reflexionar y hacer preguntas que ayuden mejor a la comprensión.

En esta línea se ha preparado una hoja más de cálculo en Excel. La podemos ver en la figura 5.24. En ella se trata un caso típico de porcentajes, añadiéndoles una vertiente estadística: gráficas y media, que pueden ayudar a la comprensión. Aunque este puede ser un primer ejemplo, Excel nos permite abordar numerosos

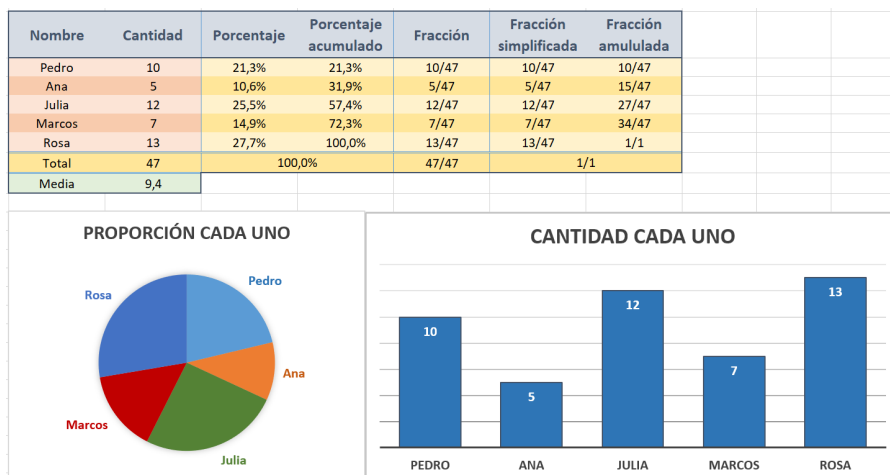


Figura 5.24: Hoja de cálculo de estadística.

ejemplos y generar rápidamente infinidad de gráficas distintas: desde los clásicos histogramas, gráficos de línea o circulares, hasta otras más avanzadas como las radiales, de dispersión o los mapas. Si bien conviene centrarse en los más típicos y hacer que se entiendan bien.

De hecho, el uso de herramientas tecnológicas para crear gráficas supone el segundo criterio de evaluación de este bloque según [Gob15].

Una buena fuente de ejemplos que se puede tomar para desarrollar esta sección, más allá del ejemplo propuesto en la figura 5.24 que es bastante general, es la propia realidad. Se puede, a través mismamente de un cuestionario, conocer los intereses de los alumnos y proponer ejemplos relacionados con ellos. Aunque otra opción puede ser dejarles a ellos buscar ejemplos en las noticias. Así, a aquellos amantes del fútbol se les puede plantear calcular cuestiones relativas a las estadísticas de un partido o de un futbolista, a aquellos amantes del cine, relativas a la taquilla de unas películas, a los que les gusten los videojuegos puntos de salud de uno de sus personajes favoritos, etc. Las posibilidades son infinitas.

Con este tipo de ejemplo se logra una mayor atención e interés por parte de los estudiantes, consiguiendo que las cuestiones se interioricen mejor y los resultados mejoren.

5.5. Otros contenidos

Ateniéndonos al currículo, existe, como ya hemos adelantado, un cuarto bloque, llamado «Procesos, métodos y actitudes matemáticas». Se trata de un bloque más general como podemos ver en los objetivos curriculares y que debe estar presente a lo largo del curso y ser transversal al resto de bloques. Entre sus objetivos encontramos, por ejemplo:

- Saber expresar cuál ha sido el proceso seguido para resolver un problema.
- Razonar y utilizar estrategias en los problemas.
- Ser capaz de encontrar patrones y hacer predicciones.
- Emplear las TIC de forma adecuada y autónoma.

Una particularidad de este bloque es que, si nos fijamos con atención, tiene los mismos objetivos a lo largo de los cuatro cursos de educación secundaria obligatoria. Así que es algo que ocupa toda la etapa y no tiene como tal una unidad propia.

Finalmente observar, que primero de la ESO es el único curso que no cuenta con un quinto bloque. Pues no es hasta segundo cuando aparecen las funciones que son las que abren esta nueva área de las matemáticas. Para estas, más que emplear las herramientas mencionadas, será habitual que los alumnos utilicen alguna herramienta como Geogebra, Wolfram Alpha o incluso simplemente el buscador de Google⁴ que permiten representar funciones. Si bien no vamos a entrar en más detalle al exceder el área que abarca este proyecto.

⁴Puedes probar esta funcionalidad simplemente buscando el Google una función como $\cos 3x + \sin x - 2$ para obtener su gráfica.

5.6. Plan de implantación

Hubiese sido sumamente interesante poder haber aplicado el proyecto aquí desarrollado durante nuestra experiencia de prácticas en el Colegio Santa María de Logroño. Sin embargo, debido por falta de tiempo y debido a que el desarrollo no estaba listo en ese momento, no se pudo hacer. No obstante, sí que existe un plan para llevar a la realidad lo aquí propuesto.

Antes de nada, recordar que, aunque el proyecto está centrado en estudiantes de 1.º de ESO, puede tener continuidad. Como se ha visto especialmente en el bloque de geometría, las herramientas introducidas tienen cabida mucho más allá de primero debido a la potencia que encierran.

5.6.1. Planificación temporal

Tal y como se puede intuir de la propuesta, este proyecto está pensado como complemento de apoyo a los conceptos explicados en clase. La idea es que, una vez vista la teoría, se introduzca la herramienta en clase, para que los estudiantes la conozcan. De esta manera, los conceptos que iremos viendo con la herramienta serán conocidos y, consiguientemente, servirá como repaso y refuerzo. Todo el plan se ha pensado en esta línea: asentar y ayudar a que a través de la interacción y experimentación los alumnos mejoren su comprensión de los contenidos de las distintas unidades didácticas.

Así pues, el grueso del proyecto de innovación se desarrollará de forma autónoma por los propios alumnos. No obstante, sí que será necesario planificar las sesiones en las que se explicará cada herramienta y se mostrarán ejemplos de uso de cada una de ellas. En principio, se han intentado elegir herramientas y prepararlas teniendo en mente que sean fáciles de entender y utilizar, reduciendo así el tiempo que necesitaremos invertir en explicarlas. Además, el hecho de que muchas herramientas sean conocidas de la asignatura de informática puede ayudarnos aún más en agilizar su implantación.

Sin embargo, aunque la propuesta está esencialmente pensada para un uso individual, esto no quiere decir que no se puede llevar al aula y se deba quedar en casa. De optar por hacer uso del proyecto en alguna sesión presencial, puede ser útil que los alumnos trabajen por parejas mezclando alumnos que cursen informática con los que no, para que cada uno pueda tutorizar a su compañero, ayudándolo cuando sea necesario.

Finalmente, lo que sí que es interesante es plantear tras el uso de la herramienta, ya sea en casa o en clase, un tiempo de puesta en común. En principio no debería llevar más de 30 minutos, y en este periodo los alumnos plantean dudas y muestran al grupo cosas que han descubierto. Por ejemplo, cómo han visto que aplicar dos descuentos no consiste en sumarlos, tal como ya dijimos en la sección 5.2.3. Para esta fase puede ser útil que los alumnos tengan acceso a un ordenador, por ejemplo, con el proyector, para que el resto vea claramente el hecho con un ejemplo. Notar que si durante esta reflexión conjunta no se comenta nada relevante el propio profesor deberá hacer preguntas que la reconduzcan.

5.6.2. Evaluación

En principio, el proyecto está pensado como una herramienta de apoyo y por tanto, no cuenta como tal con una evaluación propia. La propia evaluación de la efectividad de la propuesta se podría tomar de comparar los resultados en la evaluación ordinaria y ver si existen mejoras. No obstante, sí que es posible plantear actividades en el aula como la actividad propuesta en el apéndice A, que pueden ser recogidas y contar con una evaluación propia. De hecho, si se presta atención a la propuesta, en su apartado de observaciones se explica que las actividades realizadas en dicha sesión pueden ser recogidas al final de la misma para tenerlos en cuenta en la evaluación.

En caso de que optemos por calificar las actividades realizadas con estas herramientas es importante dar a los alumnos la oportunidad de preguntar dudas antes de la entrega. Pues el objetivo es motivarles a descubrir y entender mejor las propiedades matemáticas y que no vean a estas herramientas como «enemigos». En cuanto a los criterios que podemos seguir en su evaluación, podemos atenernos a algunos recogidos en el propio currículo (ver [Gob15]). Algunos generales que deben estar en cualquier actividad, sin importar el bloque al que pertenece son:

- Que sean capaces de expresar razonadamente el proceso que han seguido para resolver un problema.
- Que razonen y utilicen estrategias para resolver problemas, no solo realizando los cálculos necesarios, sino también comprobando si son correctas o al menos coherentes las soluciones obtenidas.
- Que se sepa analizar qué cambia, buscando regularidades y obteniendo patrones. Utilizándolos para hacer predicciones de otros resultados similares.
- Que se sepa profundizar en problemas ya resueltos, planteando variaciones o cuestiones adicionales.
- Que se elaboren informes donde se presente el proceso seguido y las conclusiones obtenida con la investigación.
- Y, por último, que se sepan utilizar las herramientas tecnológicas: realizar cálculos, crear una gráfica, trabajar con una figura, descomponerla, tomar una medida... Además de que se comprendan e interpreten los resultados obtenidos correctamente.

Donde a estos criterios podremos añadir aquellos específicos de la unidad con la que estemos trabajando.

5.6.3. Recursos necesarios

Como se infiere de forma lógica, el propio proyecto requiere de forma obligatoria del uso de ordenadores. Pero más allá de eso conviene detallar en qué momento y para qué se hará uso de cada dispositivo.

Durante la fase de explicación de cada herramienta en clase, sería conveniente el uso de proyector, de forma que el docente pueda ir realizando ejemplos que puedan ser seguidos por toda la clase. Durante esta fase los estudiantes pueden ir preguntando dudas o respondiendo sencillas preguntas que se vayan haciendo para ver si se está comprendiendo el funcionamiento.

Por otro lado, en caso de que queramos llevar a cabo clases prácticas con estas herramientas en el aula, deberemos contar con ordenadores. Así que, o bien hacemos uso de equipos portátiles que tienen algunos centros, o bien reservamos una sesión en un aula de ordenadores. Sin lugar a dudas este factor puede ser determinante de cara a poner fecha a la sesión al depender de la disponibilidad de los equipos.

Finalmente, en caso de que los alumnos opten por usar las herramientas en su casa, como se recomienda, necesitarán hacer uso de ordenadores de nuevo. Se ha prestado especial cuidado a la hora de elegir los programas en que no exijan utilizar equipos muy potentes y caros. De hecho, todos ellos se pueden ejecutar sobre los tres principales sistemas operativos de escritorio (Windows, macOS y GNU/Linux) y funcionan en equipos relativamente antiguos sin excesivo problema.

Capítulo 6

Discusión

Como ya se ha mostrado en el capítulo anterior, nuestro proyecto gira sobre el uso de tres plataformas: una hoja de cálculo como puede ser Excel, editores de imágenes como puede ser Gimp o Inkscape y un programa de modelado tridimensional, como es SketchUp, el *software* elegido.

Para la elección de estos programas se ha buscado elegir aquellos que sean gratuitos y fácilmente instalables por los estudiantes en sus equipos: son multi-plataforma y no requieren de equipos muy potentes para su uso. Así pueden ser utilizados por los alumnos en sus casas o en los equipos del propio centro. De forma que podemos hacer uso de este proyecto con la mayor libertad posible: en clase, en casa, en una biblioteca. . .

Los dos primeros programas que se mencionan, Excel y Gimp, pueden ser ya conocidos para el estudiante, pues se suele trabajar con ellos en clase de informática. De forma que le pueden servir para practicar, no ya solo matemáticas, sino también informática. Aunque, como ya hemos indicado, no siempre será este el caso y habrá alumnos para los que todas las propuestas resulten nuevas. Algo que tampoco debería suponer un problema.

En el caso de Excel, el hecho de que todo esté hecho en la propia hoja de cálculo permite que los estudiantes pueden ver las fórmulas que se han utilizado en cada celda para que todo funcione. Así repasan y aprenden desde los comandos más básicos, hasta otros más avanzados. Pero, sobre todo, pueden ver las fórmulas matemáticas que se necesitan en cada caso.

Para el caso de Gimp o Inkscape, el estudiante se encuentra con entornos muy interactivos. La vertiente artística de ambos puede hacer que estudiantes que no suelen mostrar interés por las matemáticas lo hagan ahora. En ellos deberán manejar las herramientas de selección, medición y transformación elementales. Pero de estar motivados, pueden incluso ir más allá retándose con sus propias figuras o midiendo figuras que obtengan de otras fuentes. Todo con el objetivo de seguir mejorando y repasando los fundamentos de la geometría.

Mientras que el último programa de los vistos, SketchUp, es el más interactivo, llegando incluso a estar relacionado con videojuegos. En cualquier caso, la vertiente tridimensional deberá guardarse para más adelante. Pese a la potencia y versatilidad de la herramienta, no es nada compleja y el estudiante puede ir más allá de simples problemas si así lo desea sin excesiva dificultad. De hecho, este programa tiene una gran comunidad detrás que puede servir de ayuda con tutoriales, colecciones de modelos 3D... Explorarlo a fondo es algo que queda pendiente para cursos superiores y para los alumnos más interesados.

Así, mediante todos estos programas se busca que el estudiante, a base de probar distintas combinaciones, vaya aprendiendo y conociendo, ya no solo el uso de la herramienta en sí, sino las matemáticas que hay detrás; que es el objetivo último de este proyecto.

Aunque se ha intentado buscar herramientas interactivas y que pueden ser utilizadas más allá de un contexto plenamente matemático, sí que es cierto que puede que algunos alumnos no se sientan completamente atraídos por la propuesta. Algunos puede que sea debido a que no se sienten cómodos utilizando los ordenadores y otros puede que simplemente no sientan interés por estos temas. En relación con el segundo problema, mediante el triple enfoque se ha buscado dar varias herramientas muy diferentes entre sí. De forma que al menos alguna de las buscadas pueda resultar de interés. Aunque, de no obtener resultados satisfactorios, existen otra gran cantidad de herramientas y utilidades como las que se mencionan en el capítulo 4. Debemos en todo momento buscar cómo llegar al estudiante para que comprenda y se interese por los contenidos vistos.

En cuanto a aquellos alumnos que no se sienten cómodos utilizando equipos informáticos, estos programas pueden ser una buena introducción. Deberían, con su uso, poco a poco ir perdiendo el miedo e irse sintiendo cada vez más cómodos. No obstante, para facilitar la tarea, podemos darles ejemplos ya hechos como los de Excel donde solamente tienen que ver cómo funciona todo automáticamente, con la opción de ver cómo la se hace, únicamente si así lo desean. En el caso de los editores de imágenes, en un comienzo pueden limitarse a las herramientas más básicas como la de selección automática para irse familiarizando y ganando confianza. Mientras que en el caso de SketchUp, se puede empezar de modelos hechos, animándoles poco a poco, no solo a hacer mediciones, sino a cambiarlos o crear nuevos. Es precisamente esta gradación en la complejidad de cada programa lo que podemos utilizar para hacer más suave la entrada a estos estudiantes. Pues si bien es cierto que se trata de cuatro programas muy potentes con muchísimas opciones, para comenzar necesitan unos conocimientos muy básicos, de forma que no hay necesidad de desanimarse por una elevada curva de dificultad. Además, siguiendo el desarrollo normal del curso, la propuesta para el bloque de números y álgebra es también la más sencilla.

La complejidad es un punto muy importante a analizar, pues no debemos hacer que el uso de estos programas, que buscan facilitar el aprendizaje, se convierta en un complicado reto y sirva justo para lo contrario, desalentar al alumno. Es importante pues explicar estas herramientas, ir apoyándoles en su

uso al comienzo y en caso de detectar carencias dar unas pautas de trabajo más guiadas que simplemente experimentar. Algo similar a esto se hace en el apéndice A, donde con las preguntas se orienta al estudiante en qué debe buscar y cómo hacerlo.

Finalmente, un punto que debemos comentar es uno de los problemas intrínsecos de estas propuestas: la durabilidad. Por todos es sabido que la tecnología avanza a pasos agigantados y lo que un día funciona, mañana puede dejar de hacerlo. Sin ir más lejos, esto mismo lo ha sufrido el proyecto Descartes, del que hablamos en el capítulo 4. Esta herramienta desarrollada inicialmente en Flash y Applets de Java está siendo ahora migrada a HTML5, una nueva tecnología necesaria para poder seguir siendo compatible con los navegadores de Internet modernos.

Es por ello, que un punto de reflexión debe ser la durabilidad de la propuesta. En principio, los programas elegidos son programas que llevan décadas de desarrollo y cuentan con una gran comunidad alrededor que los utiliza, actualiza y desarrolla. Luego no sería de esperar que dichos programas desaparezcan a corto plazo. Si bien, en caso de que esto ocurra, podremos seguir echando mano de ellos en sus versiones actuales al no tratarse de plataformas online. No obstante, la idea detrás de ellos: hoja de cálculo, editor de imágenes y programa de CAD, es algo genérico que perdurará en el tiempo.

Capítulo 7

Conclusiones

A lo largo de mi formación universitaria he estudiado tanto un Grado en Matemáticas como un grado en Ingeniería Informática. Aunque siento cierta predilección por las matemáticas, nunca he dejado de lado la informática. Así que me alegré cuando en este máster de profesorado, al llegar al centro Santa María de Logroño a hacer mis prácticas, me enteré que tenía la posibilidad de asistir a alguna clase de informática de secundaria.

Se me hacía por tanto natural buscar una posible unión de ambas ramas, máxime cuando la informática está aumentando su presencia en nuestro día a día y es cada vez más relevante. Esto unido a las habituales dificultades a la hora de entender las matemáticas ha sido el punto de comienzo de este proyecto. Aunque, como las dificultades que buscaba solucionar, este proyecto no ha estado exento de ellas. Elegir un tema y luego desarrollarlo no ha sido tarea fácil. A lo largo de mis prácticas observé como el grupo de primero de la ESO era el que más dificultades presentaba y donde dar clase suponía un mayor desafío. En este curso, muchos conceptos no acaban de entenderse, así que este ha sido precisamente el eje principal del trabajo fin de máster: buscar superar los principales escollos detectados en prácticas y que sufren los alumnos que se enfrentan a uno de los cambios de etapa más abruptos y, además, todo ello durante la adolescencia.

Abordar el reto de crear este proyecto no hubiese sido posible sin la experiencia que te brinda estar en el día a día de la clase y el ver dónde surgen los problemas y dónde debes buscar alternativas y nuevos enfoques para buscar alcanzar los objetivos propuestos en cada unidad. Es por tanto la experiencia una de las principales fuentes de las que puede echar mano un profesor, más allá del conocimiento técnico con el que cuente. No es solo importante saber qué se va a contar, sino también encontrar cómo transmitir ese conocimiento.

El curso de primero de la ESO es también un desafío por ser el curso donde los alumnos son más jóvenes y su forma de pensar es la que más difiere de la nuestra. Algo que note al inicio, pues estoy acostumbrado a tratar con gente

de mayor edad. Así que enfocarse en este curso era enfrentarse a un desafío personal.

Pero sin lugar a dudas, uno de los principales obstáculos que se ha sufrido a lo largo del máster ha sido la falta de tiempo. Este ha sido un hándicap recurrente, que nos ha llevado por ejemplo a no poder poner en práctica este proyecto de innovación. Esta puesta en práctica del proyecto de innovación hubiese proporcionado una buena fuente de sugerencias de mejorar y hubiese sido un buen colofón final a esta etapa formativa. Porque ahora hemos recibido conocimiento, pero será la práctica la que tendremos que seguir adquiriendo en años venideros.

Bibliografía

- [Art02] Michele Artigue. Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3):245, 2002.
- [Bat00] Carmen Batanero. Significado y comprensión de las medidas de posición central. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 25:41–58, 2000.
- [CdPB18] María Pilar Colás, Juan de Pablos y Javier Ballesta. Incidencia de las TIC en la enseñanza en el sistema educativo español: una revisión de la investigación. *Revista de Educación a Distancia*, (56), 2018.
- [CF11] Roberto Castellanos Fonseca. *Interactividad y atención a la diversidad en el aprendizaje de la estadística*. Tesis doctoral, Universidad de La Rioja, 2011.
- [Cob03] Belén Cobo. *Significado de las medidas de posición central en los alumnos de Secundaria*. Tesis doctoral, Universidad de Granada, 2003.
- [dlTF03] Enrique de la Torre Fernández. Didáctica de la geometría y demostración de propiedades. *Grupo de Aprendizaje de la Geometría. SEIEM.*, 2003.
- [Gob13] Gobierno de España. Ley orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado (BOE)*, diciembre 2013.
- [Gob15] Gobierno de La Rioja. Decreto 19/2015, de 12 de junio, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y se regulan determinados aspectos sobre su organización así como la evaluación, promoción y titulación del alumnado de la Comunidad Autónoma de La Rioja. *Boletín Oficial de La Rioja (BOR)*, junio 2015.

- [Ins17] Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado. Una breve historia de las TIC Educativas en España. *INTEF*, mayo 2017.
- [Min17] Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. *Sistema estatal de indicadores de la educación 2017*. Catálogo general de publicaciones oficiales, 2017.
- [ML08a] Guillermina Marcos Lorenzón. *Modelo de análisis de competencias matemáticas en un entorno interactivo*. Tesis doctoral, Universidad de La Rioja, 2008.
- [ML08b] Guillermina Marcos Lorenzón. Un modelo de competencias matemáticas en un entorno interactivo. *Universidad de la Rioja*, 2008.
- [MRFG12] Héctor Monarca, Soledad Rappoport y Antonio Fernández González. Factores condicionantes de las trayectorias escolares en la transición entre enseñanza primaria y secundaria. *Revista española de orientación y psicopedagogía*, 23(3), 2012.
- [MS07] Raúl Monroy Santana. Categorización de la comprensión de gráficas estadísticas en estudiantes de secundaria (12-15). *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, 2(2):29–38, 2007.
- [Nos01] Richard Noss. For a learnable mathematics in the digital cultures. *Educational Studies in Mathematics*, 48(1):21–46, 2001.
- [RP12] Julio Ruiz Palmero. *Las TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. MAD, S. L., 2012.
- [SR97] José Sánchez Rodríguez. Software educativo para alumnos con necesidades educativas especiales (NEE). *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 9:63–69, 1997.
- [ST08] Manuel Santos-Trigo. On the use of technology to represent and explore mathematical objects or problems dynamically. *Mathematics and Computer Education*, 42(2):123, 2008.

Apéndice A

Propuesta de clase con actividades en Gimp

A continuación se incluye una posible propuesta de cómo realizar una clase de Gimp en la que se incluyen ejercicios. Para ello se hace uso de las seis figuras que se incluyen junto a esta memoria y ya se mostraron en la figura 5.10 cuando se explicó la herramienta. Estas mismas figuras están desarrolladas para Inkscape y la actividad que ahora veremos puede ser trasladada a dicha herramienta.

A.1. Descripción general

Esta sesión está pensada para servir como primera toma de contacto de Gimp como herramienta de apoyo para matemáticas. Debe ser introducida, no solo tras ver una explicación de las principales funciones de Gimp, sino al terminar la unidad didáctica correspondiente. Es una propuesta de siete ejercicios a realizar durante una sesión de 55 minutos, duración típica de una clase.

A.2. Actividades

Ejercicio 1. *Cálculo del área del rectángulo:*

- a) *Selecciona el rectángulo para calcular su área con Gimp.*
- b) *Mide los lados de la figura con la regla de Gimp.*
- c) *Calcula a mano el área. ¿Coincide con el área que obtuviste antes?*

Ejercicio 2. *Cálculo del área del rombo:*

- a) *Calcula el área del rombo con Gimp.*
- b) *Recorta un trozo del rombo y mueve el trozo para formar un rectángulo con todas las piezas.*

c) *Calcula ahora su área manualmente.*

Ejercicio 3. *Trabajando con el hexágono:*

a) *Mide los lados y la apotema del hexágono con Gimp.*

b) *Calcula ahora el área y el perímetro de la figura de forma manual.*

c) *Comprueba los resultados con ayuda de Gimp.*

Ejercicio 4. *Tomando las medidas que necesites con Gimp y añadiendo y restando figuras, calcula el área de la casa. No es válido medir áreas con Gimp.*

Ejercicio 5. *Calcula el área del anillo. No es válido medir áreas con Gimp.*

Ejercicio 6. *Triángulos rectángulos:*

a) *Comprueba, sin medir ningún ángulo, si el triángulo inferior es realmente un triángulo rectángulo.*

b) *Mide ahora el ángulo para comprobar si es correcto.*

Ejercicio 7. *Busca una figura geométrica en Internet distinta de las de esta hoja y calcula su área. La figura debe tener más de 5 aristas.*

A.3. Observaciones

Se puede apreciar como gradualmente los cinco primeros ejercicios se van complicando y cada vez dan menos información al alumno sobre qué debe hacer. La idea es que poco a poco vaya ganando en autonomía y vaya descubriendo cómo ir resolviendo los distintos ejercicios propuestos. En cuanto a los dos últimos ejercicios, en el primero deben aplicar el teorema de Pitágoras, mientras que finalmente deben aplicar los conocimientos de la sesión sobre una figura de su elección.

Es importante tener en cuenta que para la sesión es imprescindible el uso de equipos informáticos. Así que habrá que tener en cuenta la sala, horario, que los ordenadores tengan Gimp instalado. En cuanto a la planificación temporal no se deberá olvidar que el uso de equipos informáticos suele llevar un tiempo de preparación y recogida que deberá ser tenido en cuenta. Es posible que debido a este motivo algunos alumnos no lleguen al último ejercicio.

También será necesario prestar especial atención a la resolución de dudas y la supervisión para evitar que los alumnos se queden sin alcanzar las metas previstas.

Finalmente, en caso de que queramos evaluar la sesión, puede ser una buena idea recoger los resultados que hayan obtenido durante la sesión y tenerlos en cuenta en la calificación de la unidad docente.

